Территория новых возможностей. Вестник Владивостокского государственного университета. 2025. Т. 17, № 4. С. 173–187
The Territory of New Opportunities. The Herald of Vladivostok State University. 2025. Vol. 17, № 4. P. 173–187

Научная статья
УДК 371.39 (37.015.3)
DOI: https://doi.org/10.63973/2949-1258/2025-4/173-187
EDN: https://elibrary.ru/LLKFRU

Образное и знаково-символическое мышление в обучении математике: диагностика предпочтений и педагогические импликации

Чернявская Валентина Станиславовна

Екинцев Владислав Иванович

Владивостокский государственный университет
Владивосток. Россия

Аннотация. *Рассмотрен комплексный анализ связей между индивидуальными когнитивными предпочтениями студентов в представлении условий математических задач и их академической успеваемостью. Актуальность работы обусловлена противоречием между традиционной, ориентированной на знаково-символические репрезентации, системой математического образования и современными научными данными, подчеркивающими критическую роль мультимодального подхода и когнитивной гибкости в процессе обучения. В фокусе исследования находится проблема эффективного изучения математики, которая предъявляет уникальные требования к мышлению, предполагая синтез визуально-образной интуиции и строгого формально-логического аппарата. Теоретической основой работы выступили теория семиотических репрезентативных регистров Р. Дюваля, концепция когнитивных стилей М.А. Холодной, а также модель двойного кодирования А. Пайвио. Эмпирическая часть исследования включала проведение опроса среди студентов университета, направленного на выявление доминирующих предпочтений в восприятии учебной информации: образного, знаково-символического или смешанного типа. Полученные данные были подвергнуты статистическому анализу с применением критерия Манна – Уитни для сравнения успеваемости по алгебре и геометрии между выделенными группами. Результаты продемонстрировали, что группа студентов, сознательно предпочитающая смешанный формат представления информации, демонстрирует статистически значимо более высокую успеваемость по геометрии по сравнению с группой, строго ориентированной на знаково-символические репрезентации. При этом аналогичных различий в успеваемости по алгебре между группами выявлено не было. Это позволяет утверждать, что когнитивная гибкость, выражающаяся в способности свободно переключаться между различными семиотическими регистрами, является ключевым компетентностным предиктором успеха в освоении геометрического материала. На основе результатов сформулированы практические рекомендации для педагогической практики, нацеленные на переход от учета статичных когнитивных предпочтений к активному развитию репрезентативной гибкости у всех категорий обучающихся через внедрение мультимодальных и динамических образовательных технологий.*

Ключевые слова: *когнитивные стили, образное мышление, знаково-символическое мышление, представление математических задач, успеваемость, мультимодальное обучение, геометрия, алгебра.*

Для цитирования: *Чернявская В.С., Екинцев В.И. Образное и знаково-символическое мышление в обучении математике: диагностика предпочтений и педагогические импликации // Территория новых возможностей. Вестник Владивостокского государственного университета. 2025. Т. 17, № 4. С. 173–187. DOI: https://doi.org/10.63973/2949-1258/2025-4/173-187. EDN: https://elibrary.ru/LLKFRU*

Original article

Figurative and symbolic thinking in teaching mathematics: diagnostics of preferences and pedagogical implications

Valentina S. Chernyavskaya

Vladislav I. Ekintsev

Vladivostok State University

Vladivostok. Russia

Abstract. *The present study is devoted to a comprehensive analysis of the relationship between students' individual cognitive preferences in presenting mathematical problem conditions and their academic performance. The relevance of the work is due to the contradiction between the traditional system of mathematical education, focused on symbolic representations, and modern scientific data that emphasize the critical role of a multimodal approach and cognitive flexibility in the learning process. The research focuses on the problem of effective study of geometry, which places unique demands on thinking, assuming a synthesis of visual-imaginative intuition and a strict formal-logical apparatus. The theoretical basis of the work is the theory of semiotic representative registers by Raymond Duval, the concept of cognitive styles by Maria Kholodnaya, as well as the dual coding model by Alan Paivio. The empirical part of the study includes conducting a survey among university students aimed at identifying dominant preferences in the perception of educational information: figurative, symbolic, or mixed types. The data obtained are subjected to statistical analysis using the Mann-Whitney criterion to compare academic performance in algebra and geometry between the selected groups. The results show that the group of students who consciously prefer a mixed format of information presentation demonstrate statistically significantly higher academic performance in geometry compared to the group strictly focused on symbolic representations. At the same time, there are no similar differences in academic performance in algebra between the groups. Besides, the group of students who consciously prefer a mixed format of information presentation demonstrate statistically significantly higher academic performance in geometry compared to the group strictly focused on symbolic representations. At the same time, there are no similar differences in academic performance in algebra between the groups. This suggests that cognitive flexibility, expressed in the ability to freely switch between different semiotic registers, is a key competence predictor.*

Keywords**:** *cognitive styles, imaginative thinking, sign-symbolic thinking, representation of mathematical problems, academic performance, multimodal learning, geometry, algebra.*

For citation*: Chernyavskaya V.S., Ekintsev V.I. Figurative and symbolic thinking in teaching mathematics: diagnostics of preferences and pedagogical implications // The Territory of New Opportunities. The Herald of Vladivostok State University. 2025. Vol. 17, № 4 P. 173–187. DOI: https://doi.org/10.63973/2949-1258/2025-4/173-187. EDN: https://elibrary.ru/LLKFRU*

Введение

Вариативность восприятия информации студентами является условием и показателем их качественного обучения. Преобразование представлений о математических объектах является ключевым аспектом математического мышления и обучения, особенно в высшей математике и математическом анализе. Оно позволяет учащимся видеть один и тот же объект с разных точек зрения, что способствует более глубокому пониманию, развитию интуиции и умению решать задачи. Представим наиболее математически и педагогически значимые примеры таких преобразований:

1. Функция – мультиреференциальная природа понятия.

Понятие функции реализуется в четырех основных семиотических регистрах.

Графический регистр обеспечивает визуальную репрезентацию поведения зависимости, включая монотонность, экстремумы и асимптотику.

Аналитический регистр фиксирует функцию как правило преобразования, заданное вербально или символически.

Операционный (функциональный) регистр трактует функцию как отображение между множествами, подчеркивая ее роль как оператора, сохраняющего структурные свойства.

Табличный регистр представляет функцию как конечное или счетное множество упорядоченных пар, акцентируя внимание на дискретных значениях.

Когнитивная сложность освоения понятия функции обусловлена необходимостью координации этих регистров, поскольку ни один из них в изоляции не исчерпывает содержания понятия.

2. Предел – переход от интуитивной к формальной репрезентации.

Интуитивное представление предела как «значения, к которому стремится функция», относится к «феноменологическому регистру», основанному на непрерывности и движении.

Формальное ε-δ-определение, напротив, принадлежит логико-кванторному регистру, где понятие предела редуцируется к системе вложенных кванторов и импликаций. Этот переход иллюстрирует общую тенденцию математического познания: замещение содержательной интуиции строгой формальной конструкцией. Однако педагогическая эффективность требует сохранения связи между регистрами, поскольку отрыв формального определения от интуитивного образа ведет к процедурному, а не концептуальному усвоению.

3. Производная – полирепрезентативная структура.

Производная функции репрезентируется в трех ключевых регистрах.

Геометрический регистр интерпретирует производную как угловой коэффициент касательной, тем самым связывая анализ с евклидовой геометрией.

Аналитический регистр определяет производную как предел отношения приращений, акцентируя внимание на локальном поведении функции.

Физический (прикладной) регистр трактует производную как мгновенную скорость изменения, что обеспечивает ее интерпретацию в контексте естественно-научных моделей.

Освоение понятия производной предполагает не просто знание этих интерпретаций, а способность к их взаимной трансляции, что является маркером глубокого понимания.

4. Интеграл – иерархия репрезентаций от конкретного к абстрактному.

Интеграл допускает последовательную иерархию репрезентаций. На начальном уровне он представлен в геометрическом регистре как мера площади под кривой; на следующем этапе в аналитическом регистре – как предел интегральных сумм, что формализует процедуру измерения. Далее в рамках фундаментальной теоремы анализа интеграл связывается с антидифференциальным оператором, что создает дуальную связь с дифференцированием. Наконец, в функциональном анализе интеграл репрезентируется в операторном регистре как линейный функционал на пространстве функций. Эта иерархия отражает эволюцию понятия от измерительной процедуры к абстрактному объекту функционального пространства.

5. Ряды – от числовой последовательности к функциональной репрезентации.

Числовой ряд изначально репрезентируется в арифметическом регистре как предел последовательности частичных сумм. При введении зависимости от переменной он переходит в функциональный регистр, где сумма ряда становится новой функцией, определенной на множестве сходимости. Особый статус приобретают степенные ряды, которые в репрезентационном плане выступают как средство аппроксимации гладких функций полиномиальными выражениями. Таким образом, ряды служат семиотическим мостом между дискретной арифметикой и непрерывным анализом, обеспечивая конструктивный метод представления функций.

6. Вектор – обобщение от геометрической модели к абстрактной структуре.

Вектор изначально вводится в геометрическом регистре как направленный отрезок, характеризуемый длиной и направлением. В аналитической геометрии он переходит в алгебраический регистр как упорядоченный набор координат, подчиняющийся операциям линейной алгебры. В функциональном анализе вектор обобщается до элемента абстрактного векторного пространства, что включает в себя функции, сигналы и другие бесконечномерные объекты. Этот процесс обобщения демонстрирует принципиальную особенность математики: переход от конкретной модели к аксиоматически заданной структуре, сохраняющей ключевые операции и отношения.

7. Дифференциал – эволюция от вычислительного инструмента к геометрическому объекту.

В рамках математического анализа дифференциал репрезентируется в вычислительном регистре как линейная часть приращения функции, используемая для локальной аппроксимации. В дифференциальной геометрии он трансформируется в геометрический регистр, где дифференциал функции интерпретируется как ковариантный вектор (1-я форма), действующий на касательные векторы. Этот сдвиг в современной математике от операциональной интерпретации к структурной иллюстрирует переход от аналитической к геометрической парадигме, где объекты рассматриваются не только по их вычислительным свойствам, но и по роли в глобальной структуре пространства.

Представленные примеры демонстрируют, что ключевые понятия математического анализа и линейной алгебры обладают инвариантным содержанием, реализуемым через множественные семиотические регистры. Освоение этих понятий требует не только знания отдельных репрезентаций, но и развития когнитивной способности к их координации и трансляции. Отсутствие такой гибкости ведет к фрагментарному, процедурному усвоению, что ограничивает возможности применения математических знаний в новых контекстах. Следовательно, эффективное математическое образование в вузе должно целенаправленно развивать мультиреференциальную компетентность как основу концептуального понимания.

Таким образом, математические понятия не существуют в изоляции, каждое из них является «многогранным», грани каждого из них представляют разные способы репрезентации: визуальный, вербальный, операциональный, логический. Подлинное понимание возникает не тогда, когда студент запоминает определение, а когда он свободно перемещается между этими гранями, видя в них отражения одной и той же идеи. Именно эта гибкость репрезентаций является ключом к развитию математического мышления и способности применять абстракции к реальным задачам.

Это позволяет обучающимся понять, что функция не просто «формула», а правило соответствия, которое можно изучать разными способами; показывает, как формализуются интуитивные идеи, происходит формирование математической зрелости. Если студенты видят многогранность понятия, то начинают понимать, что одна и та же математическая конструкция описывает разные явления в геометрии, физике, экономике и других областях. Так открывается путь к приближенным вычислениям, решению дифференциальных уравнений, эволюции понятия от инструмента приближения к абстрактному геометрическому объекту и его практическому применению. Преобразование представлений – не просто смена формы записи, а смена способа мышления. В преподавании высшей математики важно осознанно организовывать переходы между разными представлениями, использовать визуализацию (графики, диаграммы), связывать абстрактные понятия с физическими или геометрическими аналогами, подчеркивать единство математики с помощью разных языков описания одного объекта. Такой подход развивает гибкость мышления, математическую интуицию и способность передавать знания как ключевые компетенции в обучении высшей математике.

Таким образом, теоретический анализ подтверждает, что способность к преобразованию репрезентаций является ключевой для глубокого понимания математики. Однако в практике высшего и общего образования доминирует знаково-символический подход. Это порождает практический вопрос: как индивидуальные когнитивные предпочтения студентов, сложившиеся в такой среде, влияют на их успешность в изучении различных математических дисциплин, особенно тех, которые, как геометрия, требуют синтеза разных способов мышления? Данное исследование направлено на поиск эмпирического ответа на этот вопрос.

Проблемой исследования является проверка различий в академической успеваемости между студентами с разными когнитивными стилями (доминирующими предпочтениями в представлении математических задач) в рамках изучения алгебры и геометрии.

Цель исследования: выявить доминирующие когнитивные предпочтения студентов (образные, знаково-символические, смешанные) и установить их взаимосвязи (корреляции) с успеваемостью по алгебре и геометрии для разработки адресных методических рекомендаций.

Материалы и методы исследования. Проведен анализ научной и научно-методической литературы по проблеме математического мышления, учебной деятельности при изучении математики, когнитивных стилей. Данные получены с помощью опроса, проведенного в 2024–2025 гг. на выборке студентов Владивостокского государственного университета, которые изучают высшую математику.

Объектом исследования являются когнитивные (когнитивно-стилевые) предпочтения студентов в обучении математике.

Предмет исследования – систематизация теоретических и эмпирических данных о когнитивных предпочтениях обучающихся на уровне высшего образования и школьного математическом образования.

Обзор литературы. Способность владеть преобразованием представлений математических объектов – не просто вспомогательный навык, а фундаментальная компетенция, лежащая в основе глубокого понимания математики, как в школе, так и вузе. Эффект владения преобразованием представлений в высшей математике (в вузе) позволяет освоить абстрактные понятия. Студент сталкивается с такими объектами, как предел, производная, интеграл, векторное пространство, топология, которые требуют умения «видеть» объект с разных сторон.

Понимание того, как студенты воспринимают и решают математические задачи, является ключевым аспектом когнитивной психологии и педагогики. Одним из центральных вопросов в этой области выступает проблема когнитивных предпочтений, т.е. индивидуальные особенности в обработке информации, проявляющиеся в склонности к использованию образного (визуального, интуитивного) или знаково-символического (логического, вербально-аналитического) способов представления условий задачи. Эти предпочтения тесно связаны с концепцией когнитивных стилей, которая восходит к ранним работам по когнитивной психологии. Значительный вклад в исследование этой области знаний внес А. Пайвио с его теорией двойного кодирования [1], согласно которой информация обрабатывается в двух параллельных системах: вербальной (языковой, символической) и неязыковой (образной, визуальной). Эта теория легла в основу многих исследований когнитивных стилей, включая математическое мышление. Термин «образный-вербальный» («холистический-аналитический» когнитивный стиль (visual-verbal cognitive style)) был систематизирован в 1970–1990-х гг. Важную роль сыграли работы Р. Ридера и И. Чима [2], которые предложили модель когнитивных стилей, включающую измерение «визуализатор-вербализатор»; К. Кирана, исследовавшего, как обучающиеся представляют алгебраические выражения через символы или через геометрические / графические образы [3, 4]; М. Хегарти и М. Кожевникова, которые выделили два типа визуальных стратегий в решении задач, показали, что успешные ученики чаще используют схематические образы, тогда как неуспешные – символические (графические) стратегии [5].

В 1990–2000-е гг. интерес к когнитивным стилям в математике возрос; начиная с 2010 г. в исследованиях отказываются от жесткой дихотомии «образный-знаковый» в пользу мультимодального подхода. Когнитивный стиль рассматривается как континуум, а не бинарная оппозиция, акцент в понимании результативности смещается на гибкость когнитивных стратегий, когда успешные студенты способны переключаться между образным и символическим представлением в зависимости от типа задачи. Современные подходы подчеркивают динамичность и адаптивность когнитивных стратегий, в которых образное и знаково-символическое представления условий задачи не являются взаимоисключающими, а, скорее, дополняют друг друга. Эффективное математическое мышление требует способности перекодировать информацию между этими модальностями. Таким образом, проблема когнитивных предпочтений студентов остается актуальной, но ее понимание эволюционировало от поиска «лучшего стиля» к исследованию условий и механизмов эффективного сочетания образного и символического мышления.

В изучении высшей математики необходима связь между разделами математики, чтобы переводить задачу из области анализа в геометрии (или алгебре) и находить неожиданные решения, понимать, что математика – это не набор рецептов, а единая система взглядов, в которой одни и те же идеи проявляются в разных формах. Отсутствие этой способности у студентов в вузе может привести к формализму, действиям без понимания, неспособности интерпретировать результаты, совершению ошибок в доказательствах. Поэтому необходимо сознательно варьировать представления при введении любого математического понятия, использовать межпредметные связи для демонстрации различных интерпретаций, развивать метакогнитивные навыки.

Исследование проблемы преобразования представлений о математических объектах в процессе обучения – важное направление в математическом образовании, имеющее как международную, так и отечественную научную базу. Наиболее влиятельной и системной теоретической основой этой области является теория семиотических репрезентативных регистров, разработанная французским исследователем Р. Дювалем, который утверждает, что понимание математического объекта невозможно без способности переключаться между различными способами его представления (например, алгебраическим, графическим, вербальным, табличным). При этом он подчеркивает, что координация способов представления – это не просто вспомогательный навык, а центральный когнитивный процесс в обучении математике, а основные работы Р. Дюваля, такие как «Понимание математического образа мышления – регистры семиотических репрезентаций» [6], стали классикой в области математического образования и широко цитируются (более 390 цитирований). По мнению Р. Дюваля, ошибки обучающихся часто возникают не из-за непонимания самого объекта, а из-за неспособности преобразовать его из одного регистра в другой.

На основе теории Р. Дюваля был проведен ряд эмпирических исследований в работах О. Хатин-Заде, посвященных сравнению воплощенных и абстрактных представлений математических понятий. О. Хатин-Заде с соавторами изучает когнитивные процессы, связанные с трансформацией представлений, в том числе с переходом от «бестелесных» (абстрактных) представлений в «воплощенные представления», что особенно важно для понимания высшей математики. Преобразование абстрактного определения (например, непрерывности через ε-δ) в воплощенное представление (движение точки по графику без отрыва карандаша) значительно улучшает первоначальное понимание у студентов. Такое преобразование активирует сенсомоторные когнитивные ресурсы, что облегчает усвоение сложных концепций.

Однако для достижения математической зрелости необходим и обратный переход: от интуитивного представления к формальному, что позволяет обобщать и доказывать [7–9].

А.П. Бал провел исследование среди будущих учителей математики с помощью авторского «Теста на трансформацию множественных репрезентаций» и выяснил, что их способность работать со множественными представлениями и преобразовывать их напрямую связана с качеством преподавания в будущем [10].

С. Яо показал, что преобразование представлений помогает обучающимся перейти от эмпирического обобщения (на основе примеров) к структурному (на основе понимания закономерностей). С. Яо изучал, как преобразование представлений помогает учащимся переходить от эмпирического обобщения («я вижу закономерность в числах») к структурному («я понимаю, почему это работает»). Обучающиеся, которые активно использовали несколько способов представления (например, рисовали фигуры, составляли таблицы, записывали формулы), в 2–3 раза чаще достигали структурного понимания, чем те, кто работал только с числовыми последовательностями. Ключевым триггером перехода к структурному мышлению стало представление в виде геометрической модели (например, точек или квадратов), что сделало закономерность «видимой» [11].

О. Кузу исследовал, как переходы между различными системами представлений влияют на формирование понятий у будущих учителей математики [12]. А. Соколовский провел метаанализ исследований по использованию представлений в начальном математическом образовании (от подготовительной группы до 5-го класса), который подтвердил положительное влияние многопредставительного подхода на успеваемость и понимание [13]. Исследования также показывают, что цифровые динамические инструменты (например, GeoGebra, Desmos) значительно упрощают преобразование между регистрами, делая его интерактивным и наглядным [14]. Современные подходы, такие как геймификация, также предполагают многостороннюю поддержку для повышения вовлеченности и понимания.

Теоретическая модель Р. Дюваля нашла свое подтверждение в том, что основная трудность в изучении математики заключается не в сложности предмета, а в неспособности переключаться между регистрами (например, переходить от алгебраической формулы к графику). Обучающиеся часто «застревают» на одном представлении и не видят связи с другими. Успешное обучение зависит от частоты и качества координации регистров, а не от количества повторений в одном формате.

В исследовании Д. Рахмавати большинство студентов успешно справились с преобразованием визуальных и числовых форм (например, графика ↔ таблицы). Однако значительно хуже справлялись с вербальными представлениями: им было трудно описать словами математическую связь или преобразовать словесную задачу в формальную модель. Это указывает на разрыв между процедурным и концептуальным пониманием, что особенно опасно для будущих педагогов [15].

Сравнение теории Р. Дюваля с другими когнитивными моделями (например, с онтосемиотическим подходом) показало, что они подтверждают центральную роль координации представлений, но Р. Дюваль делает акцент на когнитивной несводимости регистров. Эти результаты доказывают, что обучение должно быть намеренно многорепрезентативным. Необходимо:

– вводить понятия через несколько регистров одновременно;

– тренировать явные переходы между ними («переведи график в формулу», «опиши словами, что показывает производная»);

– использовать воплощенные метафоры на ранних этапах, но постепенно формализовать их.

Данный подход не только снижает количество ошибок, но и формирует математическое мышление как таковое; он не является новым для отечественной педагогики и психолого-педагогической науки. Еще Л.М. Фридман в своих работах ввел понятие «психологической структуры задачи» как совокупности условий, требований и способов репрезентации; подчеркивал, что успешное решение задачи зависит от способности учащегося построить адекватную внутреннюю модель, которая может быть: образной (например, мысленный чертеж), символической (алгебраическая запись), словесно-логической (рассуждение в терминах) [16]. Им была разработана методика обучения решению задач через моделирование, включая схематическое моделирование, графическое представление, табличные формы. Л.М. Фридман критиковал как чрезмерную визуализацию («рисование ради рисования»), так и раннюю символизацию без понимания смысла. Он настаивал на осознанном выборе репрезентации, соответствующей структуре задачи и уровню развития учащегося. Таким образом, у Л.М. Фридмана когнитивный стиль не фиксирован, а формируется в процессе обучения, и педагог должен создавать условия для развития гибкости репрезентаций.

В.В. Давыдов, развивая идеи Выготского и Эльконина, предложил теорию развивающего обучения, в которой математическое мышление начинается с анализа общих отношений (например, величин), а не с конкретных чисел; знаково-символические средства (буквенные обозначения, схемы, графики) вводятся с самого начала как инструменты обобщения. Образное мышление не отрицается, но рассматривается как опора для перехода к теоретическому мышлению. В системе Давыдова образ и символ не противостоят, а взаимодополняют друг друга, при этом схема – это не «картинка», а знаковая модель отношения. Это позволяет говорить о знаково-модельном подходе, где «образ» – это не чувственная картинка, а структурная схема, обладающая символическим статусом [17].

Н.Ф. Талызина (ученица П.Я. Гальперина) в исследованиях по формированию геометрических понятий показала, что переход от наглядно-действенного к логико-символическому мышлению требует специально организованной ориентировочной основы, включающей схемы, чертежи и символические обозначения [18]. В отличие от западной традиции российская наука отказывается от фиксированных когнитивных стилей в пользу динамической модели формирования умственных действий, рассматривает образное и знаковое как этапы единого процесса познания, а не как альтернативные стратегии, акцентирует роль учителя, который должен организовать переход от наглядного к абстрактному, а не просто «учитывать стиль» ученика, подчеркивать смысловую нагрузку репрезентаций.

М.А. Холодная рассматривала когнитивные стили не как отдельные черты личности или способности, а как устойчивые индивидуальные особенности организации познавательной деятельности, проявляющиеся в предпочтительных способах обработки, представлении и интерпретации информации. В своей фундаментальной работе «Когнитивные стили как проявление своеобразия индивидуального интеллекта» исследователь предложила системную классификацию когнитивных стилей, объединив западные и отечественные подходы, отказалась от упрощенного понимания стилей как «сильных / слабых сторон», настаивая на их функциональной адаптивности в зависимости от контекста [19]. Таким образом, предпочтение образного или знакового способа представления у М.А. Холодной рассматривается не как изолированный стиль, а как проявление более общей когнитивной стратегии. Автор подчеркивала, что учет когнитивных стилей в обучении позволяет избегать «стилевого диссонанса» между преподавателем и студентом, проектировать дифференцированные учебные задания, развивать когнитивную гибкость как способность переключаться между стилями в зависимости от задачи, критиковала подходы, сводящие обучение к «подстраиванию под стиль», и настаивала на развивающей функции образования, когда школа и вуз должны расширять, а не фиксировать когнитивные предпочтения. М.А. Холодная пишет о психологической неоднородности полюсов когнитивных стилей и необходимости изучения когнитивных стилей: «от анализа выборки в целом к анализу субгрупп, одновременно используя традиционный и дополнительный показатели» [19, с. 44].

Несмотря на то, что термин «образный – знаковый когнитивный стиль» в отечественной литературе используется редко (предпочтение отдается понятиям «ориентировочная основа действия», «моделирование», «репрезентация»), по сути российские ученые исследовали ту же проблему, но в рамках деятельностной и развивающей парадигмы, что делает их вклад уникальным и методологически богатым. Невербальные наглядные компоненты взаимодействия при решении задач вносят особый вклад в результаты.

Основная часть

Анализировались результаты опроса студентов (N = 82). Респондентами были студенты – второкурсники вуза, изучающие высшую математику. Они отвечали на ряд вопросов об отношении к математике, их когнитивно-стилевых предпочтениях, были вопросы об успеваемости в школе по предметам математического цикла (алгебра и геометрия), а также анализировались ответы на следующие вопросы:

1. Какое представление условий математических задач Вы предпочитаете: образное (примеры, картинки) или знаково-символическое (знаки, формулы)?

2. Укажите, пожалуйста, Ваши оценки и самооценки по математике за 11-й класс и ЕГЭ по математике.

На вопрос о представлении условий математических задач 37,5 % выбрали знаково-символическое, 28,8 % – образное и еще 22,5 % – оба варианта (образное и символическое), затруднились ответить 11,3 %. Наиболее популярным оказалось знаково-символическое представление (37,5 %), но разрыв с числом предпочтений образного способа был невелик (табл. 1). При этом значительная доля студентов (22,5 %) осознанно выбирает комбинированный подход.

Таблица 1

Распределение ответов по категориям предпочтений представления условий математических задач: образное (примеры, картинки) или знаково-символическое (знаки, формулы)

Категория	Количество ответов	Процент
Знаково-символическое (формулы, знаки)	30	37,5
Образное (примеры, картинки)	23	28,8
Смешанное / Оба варианта	18	22,5
Затрудняюсь ответить / Без разницы	9	11,3

Студенты, предпочитающие знаково-символическое представление условий (формулы, знаки), аргументируют свою позицию так: «привычка и традиция», «трудно ответить, так как все задачи уже долгое время знаково-символические», «четкость и однозначность», «удобство для решения». Предпочитающие образное представление (примеры, картинки) аргументируют свои ответы через лучшее понимание и усвоение: «примеры и картинки лучше усваиваются», «примеры, картинки часто ассоциируются с прикладными, жизненными задачами». Предпочитавшие смешанное представление (оба варианта) студенты аргументируют это зависимостью от типа задачи: «и то и другое одинаково удобно, зависит от математических задач». Ответы студентов, затруднившихся с выбором, могут свидетельствовать о недостаточной рефлексии собственных когнитивных процессов, например: «честно, сам не знаю. И так, и так, наверное».

Распределение числа студентов с предпочтением знаков (37,5 %) и образов (28,8 %) относительно равномерно. Значительная доля студентов (22,5 %) осознанно выбирает оба типа представления информации, что отражает современный тренд в образовании в виде мультимодальности, а также использование разных каналов восприятия для улучшения понимания. Результаты показывают, что значительная часть студентов готова и хочет работать с разными форматами представления информации, что является хорошим признаком их когнитивной гибкости. Следовательно, в учебном процессе необходим баланс между этими двумя подходами.

Многие выбирают знаково-символический формат, который является традиционным стандартом в математическом образовании и, возможно, отражает инертность системы образования. Студенты, выбирающие примеры и картинки, возможно, ценят этот тип информации за способность делать абстрактные концепции конкретными и понятными, что особенно важно для тех, кто испытывает трудности с абстрагированием, что может быть связано с особенностями восприятия информации современными студентами.

Некоторые студенты справедливо отмечают, что выбор формата «зависит от конкретной задачи»; для одних задач лучше подходят формулы, для других – графики или примеры.

Таким образом, процесс преподавания математики должен быть гибким и мультимодальным, сочетать четкость и строгость знаково-символического языка с наглядностью и доступностью образного представления. Необходимо применять комплексный подход к подготовке занятий, где одно дополняет другое для достижения глубокого и всестороннего понимания материала. Полученные данные свидетельствуют о дифференциации типов учения: для студентов, выбирающих знаково-символическое объяснение условий задач, необходимо углубление работы с формальными системами; для студентов, выбирающих образное объяснение условий задач, необходимо усиление графических и прикладных интерпретаций, а для «универсалов», выбравших оба варианта, необходимы сложные комплексные условия представления заданий. Полученные данные указывают на целесообразность сочетания двух подходов в преподавании при обязательной визуализации, даже при абстрактных объяснениях и учете необходимости поэтапного перехода от образов к символам. Кроме того, данные результаты обостряют проблему диагностики и использования когнитивных стилей студентов. Математическое образование необходимо рассматривать не только как выработку специфических умений оперирования символами и мыслительных способностей, но и как способ развития рефлексии и метанавыков в целом.

Проведем сравнительный анализ и проверим наличие корреляции между предпочитаемым форматом представления математических задач (образный vs. знаково-символический) и академической успеваемостью / самооценкой по алгебре и геометрии. Статистический анализ выполнен в программной среде Python 3.10 с использованием библиотеки SciPy 1.12.

Результаты показали отсутствие статистически значимых различий между группами: образное, знаково-символическое и смешанное предпочтение.

Статистические различия по критерию Манна – Уитни были выявлены между оценками по геометрии между группой «знаково-символические предпочтения» и «смешанные предпочтения»:

U-statistic=320.5000, p-value=0.0151

Conclusion: Statistically significant difference ($p < 0.05$)

Среднее значение оценок по геометрии для кластера «знаково-символические предпочтения» – 3,81.

Среднее значение оценок по геометрии для кластера «смешанные предпочтения» – 4,27.

Установление статистически значимого факта, что студенты, предпочитающие только знаково-символическое представление, хуже успевают по геометрии, чем те, кто использует смешанные (образные + знаковые) формы, имеет множество важных теоретических, педагогических и когнитивных следствий.

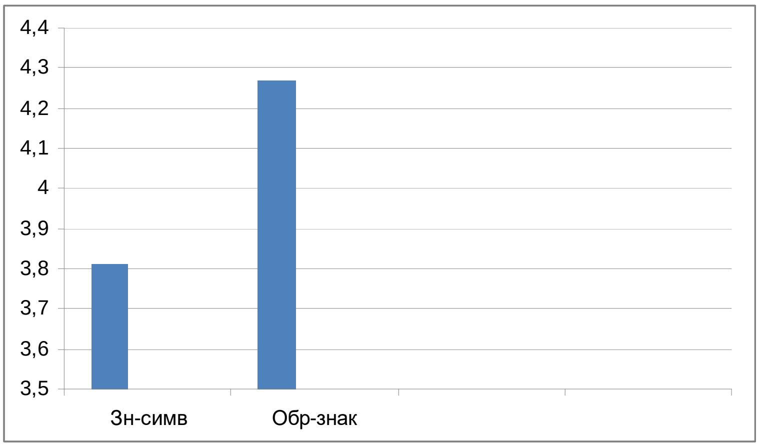

Рис. 1. Средние оценки по геометрии у студентов с предпочтением знаково-символического представления задач и смешанного предпочтения образного и знаково-символического

Геометрия – это не просто «математика с картинками», а особая когнитивная область, требующая синтеза визуального и формального мышления. Результаты позволяют сделать вывод о том, что опора исключительно на знаково-символическое мышление может быть недостаточной для глубокого понимания геометрии. Геометрия включает: пространственное воображение (ментальные вращения, сечения, проекции), визуальную интуицию (распознавание симметрий, топологических свойств), динамическое моделирование (как фигура меняется при преобразованиях).

Студенты с гибкостью репрезентаций (согласно Р. Дювалю) успешно преобразовывают:

– чертеж → определению;

– определение → свойству;

– свойства → доказательству.

Таким образом, геометрическое мышление – не простое подмножество аналитического, а отдельный когнитивный модуль, требующий развития визуально-пространственных навыков. Современное преподавание геометрии часто игнорирует ее визуальную суть, сводя к логическим упражнениям на основе аксиом. В школе и вузе геометрия часто преподается как формальная система («дано – доказать»), что отсекает студентов с сильным визуальным мышлением, создает иллюзию, что «геометрия – для избранных», подавляет интуицию в пользу ригидной логики. Студенты с чисто символическим предпочтением пытаются «заучить доказательства», не видят смысла в чертежах, теряются в задачах на воображение (например, сечения многогранников).

Поэтому необходимо возвращать геометрии ее визуальную, экспериментальную и интуитивную природу через динамическую геометрию (программа GeoGebra), 3D-моделирование, топологические игры).

Низкая геометрическая грамотность является барьером на пути к современным разделам математики и компьютерных наук. Геометрия является фундаментом для топологии (понимание непрерывности, компактности, связности), требует визуального мышления, теории графов (планарность, вложения, укладки), компьютерной графики и машинного обучения (работа с многомерными пространствами, манифолдами, кластерами), дискретной геометрии и вычислительной топологии (алгоритмы триангуляции, построение диаграмм Вороного и т.д.). Вследствие этого студенты с «бедной геометрической интуицией» будут испытывать трудности в понимании многообразий в дифференциальной геометрии, работе с графовыми нейросетями, интерпретации топологического анализа данных.

Предпочтение только символического когнитивного стиля может быть признаком когнитивной ригидности в пространственных задачах. Это особенность когнитивного профиля, проявляющаяся в сильной вербально-логической сфере и слабой визуально-пространственной памяти. Необходима не диагностика «способностей», а развитие гибкости в виде тренировки перевода между регистрами.

Математика – это не только язык логики, но и язык пространства, формы и структуры. Отказ от визуального компонента является «урезанием» самой сути математического познания; без геометрической интуиции нет настоящего математического творчества.

Таким образом, можно заключить, что традиционное преподавание геометрии может недостаточно использовать потенциал образного мышления и создавать трудности для студентов с выраженной визуальной ориентацией. Для повышения общей успеваемости и эффективности обучения необходимо внедрять смешанные методики представления информации и обучения.

Заключение

Статистические факты различий в успеваемости по геометрии в школе между группами студентов, предпочитающих знаково-символическое предпочтение условий задач, и группой студентов, предпочитающих смешанное предпочтение, являются индикатором глубокой когнитивной и педагогической проблемы. Эти данные получены впервые и обладают новизной.

Интерес к геометрии может снижаться при ее излишней формализации и отрыве от визуальной интуиции. Будущее математики и компьютерных наук за теми, кто умеет мыслить одновременно формально и визуально, а целью образования является не выявление «визуалов и логиков», а развитие у всех гибкости репрезентаций. Полученные результаты имеют прямое прикладное значение для педагогической практики. Они демонстрируют, что когнитивная гибкость, а не приверженность одному стилю мышления, является ключевым фактором академического успеха в математике.

Это позволяет сформулировать конкретные рекомендации для педагогической методики преподавания математики:

1. Для студентов с выраженным образным предпочтением и низкой успеваемостью целесообразно не просто увеличивать количество картинок, а разрабатывать глубокие, интерактивные и логически связанные с символическим аппаратом образные модели, которые помогли бы им перейти от поверхностного восприятия к пониманию абстрактных структур.

2. Студентам, ориентированным на знаково-символические репрезентации, может быть полезно периодически вводить образные аналогии и прикладные примеры, чтобы обогатить их абстрактное мышление и повысить мотивацию.

3. Для студентов со смешанным типом предпочтений эффективным будет создать условия для развития их сильной стороны, предлагая задачи, требующие синтеза разных форм представления знаний.

Таким образом, полученные данные позволяют утверждать, что традиционный подход в математическом образовании, делающий акцент почти исключительно на знаково-символическом языке, создает неравные условия для студентов с различными когнитивными профилями и не в полной мере соответствует требованиям современной когнитивной науки. Образовательный процесс, ориентированный на развитие гибкости репрезентаций, не является простым «подстраиванием» под обучающегося, а представляет собой активную педагогическую стратегию, направленную на качественное преобразование его мышления. Перспективы дальнейших исследований видятся в разработке и апробации конкретных методических инструментов, реализующих данный подход: серии специальных заданий на перевод между регистрами, использование динамических математических сред на регулярной основе, лонгитюдное изучение влияния таких интервенций не только на успеваемость, но и на развитие метакогнитивных навыков и математической креативности студентов. Исследование подчеркивает необходимость перехода от статичных методов обучения к динамическим и адаптивным подходам, которые способствовали бы развитию когнитивной гибкости у всех студентов, независимо от их исходных предпочтений.

Список источников

1. Paivio A. Mental representations: A dual coding approach. Oxford University Press. 1986. URL: https://doi.org/10.1093/acprof:oso/9780195066661.001.0001
2. Riding R., Cheema I. Cognitive styles – An overview and integration // Educational Psychology. 1991. № (3–4). P. 193–215. URL: https://doi.org/10.1080/0144341910110301
3. Kieran C. (Ed.). Teaching and learning algebraic thinking with 5- to 12-year-olds: The global evolution of an emerging field of research and practice. Springer International Publishing. 2018. URL: https://doi.org/10.1007/978-3-319-68351-5
4. Radford L. The emergence of symbolic algebraic thinking in primary school // In C. Kieran (Ed.). Teaching and learning algebraic thinking with 5- to 12-year-olds (p. 3–25). Springer. 2018. URL: https://doi.org/10.1007/978-3-319-68351-5_1
5. Hegarty M., Kozhevnikov M. Types of visual-spatial representations and mathematical problem solving // Journal of Educational Psychology. 1999. № 91 (4). P. 684–689. URL: https://doi.org/10.1037/0022-0663.91.4.684
6. Duval R. Understanding the mathematical way of thinking – The registers of semiotic representations. Springer International Publishing. 2017. URL: https://doi.org/10.1007/978-3-319-56910-9
7. Khatin-Zadeh O., Farsani D., Breda A. How can transforming representation of mathematical entities help us employ more cognitive resources? // Frontiers in Psychology. 2023. № 14. P. 1091678. URL: https://doi.org/10.3389/fpsyg.2023.1091678
8. Khatin-Zadeh O., Farsani D., Yazdani-Fazlabadi B. Transforming dis-embodied mathematical representations into embodied representations, and vice versa: A two-way mechanism for understanding mathematics // Cogent Education. 2022. № 9 (1). P. 2154041. https://doi.org/10.1080/2331186X.2022.2154041
9. Khatin-Zadeh O., Farsani D. The role of motion simulation hinge in enhancing inhibition and working memory during mental simulation of motion events // Cogent Education. 2024. № 11 (1). P. 2419700. URL: https://doi.org/10.1080/2331186X.2024.2419700
10. Bal A.P. Skills of using and transforming multiple representations of the prospective teachers // Procedia – Social and Behavioral Sciences. 2015. № 197. P. 582–588. URL: https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2015.07.197

11. Yao X. Representation transformations in transition from empirical to structural generalization // The Journal of Mathematical Behavior. 2022. № 66. P. 100964. URL: https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2022.100964
12. Kuzu O. Preservice mathematics teachers' representation transformation competence levels in the process of solving limit problems // Acta Didactica Napocensia. 2020. № 13 (2). P. 306–355. URL: https://doi.org/10.24193/adn.13.2.20
13. Sokolowski A. The effects of using representations in elementary mathematics: Meta-analysis of research // IAFOR Journal of Education. 2018. № 6 (3). P. 129–152. URL: https://doi.org/10.22492/ije.6.3.08
14. Clark-Wilson A. Transforming mathematics teaching with digital technologies: A community of practice perspective // In Mathematics education in the digital era. 2017. Vol. 9. P. 63–82. URL: https://doi.org/10.1007/978-3-319-33808-8_4
15. Rahmawati D. Translation between mathematical representation: How students unpack source representation? // Jurnal Matematika dan Pembelajaran. 2019. № 7 (1). P. 50–64.
16. Фридман Л.М. Психолого-педагогические основы обучения математике в школе: Учителю математики о пед. психологии. Москва: Просвещение, 1983. 160 с.
17. Давыдов В.В. Программа развивающего обучения (система Эльконина – Давыдова): I–VI классы: Математика. Москва, 1996.
18. Методика обучения математике. Формирование приемов математического мышления: учебник для вузов / под ред. Н.Ф. Талызиной. 2-е изд., перераб. и доп. Москва: Юрайт, 2025. 193 с.
19. Холодная М.А. Об эффекте расщепления полюсов когнитивных стилей: двадцать лет спустя. Вестник Санкт-Петербургского университета // Психология. 2025. № 15 (1). С. 35–50. URL: https://doi.org/10.21638/spbu16.2025.102
20. Екинцев В.И. Самораскрытие невербальных компонентов коммуникации в процессе внутреннего диалога при решении наглядных задач // В кн. Самораскрытие способностей как внутренний диалог: когнитивные, метакогнитивные и экзистенциальные ресурсы человека. Владивосток: Изд-во ВГУЭС, 2021. С. 59–68.

References

1. Paivio A. Mental representations: A dual coding approach. Oxford University Press; 1986. URL: https://doi.org/10.1093/acprof:oso/9780195066661.001.0001
2. Riding R., Cheema I. Cognitive styles – An overview and integration. *Educational Psychology*. 1991; (3–4): 193–215. URL: https://doi.org/10.1080/0144341910110301
3. Kieran C. (Ed.). Teaching and learning algebraic thinking with 5- to 12-year-olds: The global evolution of an emerging field of research and practice. Springer International Publishing. 2018. URL: https://doi.org/10.1007/978-3-319-68351-5
4. Radford L. The emergence of symbolic algebraic thinking in primary school. *In C. Kieran (Ed.). Teaching and learning algebraic thinking with 5- to 12-year-olds (p. 3–25).* Springer. 2018. URL: https://doi.org/10.1007/978-3-319-68351-5_1
5. Hegarty M., Kozhevnikov M. Types of visual-spatial representations and mathematical problem solving. *Journal of Educational Psychology*. 1999; 91 (4): 684–689. URL: https://doi.org/10.1037/0022-0663.91.4.684
6. Duval R. Understanding the mathematical way of thinking – The registers of semiotic representations. Springer International Publishing; 2017. URL: https://doi.org/10.1007/978-3-319-56910-9
7. Khatin-Zadeh O., Farsani D., Breda A. How can transforming representation of mathematical entities help us employ more cognitive resources? *Frontiers in Psychology*. 2023; (14): 1091678. URL: https://doi.org/10.3389/fpsyg.2023.1091678
8. Khatin-Zadeh O., Farsani D., Yazdani-Fazlabadi B. Transforming dis-embodied mathematical representations into embodied representations, and vice versa: A two-way mechanism for understanding mathematics. *Cogent Education*. 2022; 9 (1): 2154041. https://doi.org/10.1080/2331186X.2022.2154041
9. Khatin-Zadeh O., Farsani D. The role of motion simulation hinge in enhancing inhibition and working memory during mental simulation of motion events. *Cogent Education*. 2024; 11 (1): 2419700. URL: https://doi.org/10.1080/2331186X.2024.2419700

10. Bal A.P. Skills of using and transforming multiple representations of the prospective teachers. *Procedia – Social and Behavioral Sciences*. 2015; (197): 582–588. URL: https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2015.07.197
11. Yao X. Representation transformations in transition from empirical to structural generalization. *The Journal of Mathematical Behavior*. 2022; (66): 100964. URL: https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2022.100964
12. Kuzu O. Preservice mathematics teachers' representation transformation competence levels in the process of solving limit problems. *Acta Didactica Napocensia.* 2020; 13 (2): 306–355. URL: https://doi.org/10.24193/adn.13.2.20
13. Sokolowski A. The effects of using representations in elementary mathematics: Meta-analysis of research. *IAFOR Journal of Education.* 2018; 6 (3): 129–152. URL: https://doi.org/10.22492/ije.6.3.08
14. Clark-Wilson A. Transforming mathematics teaching with digital technologies: A community of practice perspective. *In Mathematics education in the digital era*. 2017; (9): 63–82. URL: https://doi.org/10.1007/978-3-319-33808-8_4
15. Rahmawati D. Translation between mathematical representation: How students unpack source representation? *Jurnal Matematika dan Pembelajaran*. 2019; 7 (1): 50–64.
16. Friedman L.M. Psychological and pedagogical foundations of teaching mathematics at school: A teacher of mathematics about ped. psychology. Moscow: Enlightenment; 1983. 160 p.
17. Davydov V.V. Developmental training program (Elkonin-Davydov system): I–VI classes: Mathematics. Moscow; 1996.
18. Methodology of teaching mathematics. Formation of techniques of mathematical thinking: a textbook for universities / ed. N.F. Talyzina. 2nd ed., Revised and add. Moscow: Yurayt; 2025. 193 p.
19. Holodnaya M.A. On the pole-splitting effect of cognitive styles: twenty years later. Bulletin of St. Petersburg University. *Psychology.* 2025; 15 (1): 35–50. URL: https://doi.org/10.21638/spbu16.2025.102
20. Ekintsev V.I. Self-disclosure of non-verbal communication components in the process of internal dialogue when solving visual problems. *In the book Self-disclosure of abilities as internal dialogue: cognitive, metacognitive and existential human resources*. Vladivostok: Publishing House of VSUES; 2021. P. 59–68.

Информация об авторах:

Чернявская Валентина Станиславовна, д-р пед. наук, профессор каф. общей и юридической психологии, ФГБОУ ВО «ВВГУ», г. Владивосток, valstan13@mail.ru, ORCID: 0000-0001-6674-6305

Екинцев Владислав Иванович, канд. психол. наук, доцент каф. общей и юридической психологии, ФГБОУ ВО «ВВГУ», г. Владивосток, ekintsev@mail.ru ORCID: ORCID 0000-0001-8079-6982

DOI: https://doi.org/10.63973/2949-1258/2025-4/173-187
EDN: https://elibrary.ru/LLKFRU

Дата поступления:	Одобрена после рецензирования:	Принята к публикации:
14.10.2025	10.11.2025	14.11.2025