УДК 531.19 DOI dx.doi.org/10.24866/VVSU/2073-3984/2018-1/116-123

В.П. Смагин[1], С.В. Сёмкин[2]

Владивостокский государственный университет экономики и сервиса
Владивосток. Россия

Метод циклических кластеров в модели Изинга разбавленного магнетика

Модель Изинга с немагнитным разбавлением применяется для теоретического описания многих объектов и явлений в физике конденсированных сред и ядерной физики. Влияние немагнитного разбавления на критическое поведение магнетиков, в том числе и тех, которые описываются моделью Изинга, представляет значительный научный интерес. В настоящей работе получены приближенные значения критической температуры для простых решеток и вычислены пороги протекания по узлам и связям при помощи метода циклических кластеров.

Для модели Изинга с немагнитным разбавлением не удается построить точное решение для какой-либо кристаллической решетки. Свойства этой модели исследуются либо численно, либо в том или ином приближении. В приближенных методах, предложенных и исследованных ранее авторами настоящей работы, рассматривались кластеры различного размера, выделяемые на решетке. Было показано, что если рассматриваемые кластеры не содержат замкнутых путей, полученные с их помощью приближения являются тем или иным обобщенным вариантом приближения Бете, что согласуется с тем, что приближение Бете можно рассматривать как точное решение на решетке без замкнутых путей (дереве Кейли). В настоящей работе мы рассмотрим применение циклических кластеров для анализа свойств модели Изинга разбавленного магнетика, то есть кластеров, содержащих замкнутый путь. С помощью этого метода можно построить приближенные концентрационные зависимости намагниченности, критической температуры и найти приближенные значения порогов протекания по узлам и по связям. Полученные таким путем результаты являются, как показано в работе, более точными, чем получаемые методом Бете или его модификациями.

Ключевые слова и словосочетания: фазовые переходы, модель Изинга, разбавленный магнетик.

V.P. Smagin, S.V. Semkin

Vladivostok State University of Economics and Service
Vladivostok. Russia

The method of cyclic clusters in the Ising model of a dilute magnet

The Ising model with nonmagnetic dilution is used for the theoretical description of many objects and phenomena in the physics of condensed matter and nuclear physics. The effect of nonmagnetic dilution on the critical behavior of magnets, including those described by the Ising model, is of considerable scientific

[1] Виктор Павлович Смагин – д-р физ.-мат. наук, заведующий лабораторией фундаментальной и прикладной физики; 690014, Россия, Владивосток, ул. Гоголя, 41; e-mail: Li15@rambler.ru.
Viktor Pavlovich Smagin – Doctor of physics and mathematics, professor, Head of the Laboratory of fundamental and applied physics.

[2] Сергей Викторович Сёмкин – канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры информационных технологий и систем; 690014, Россия, Владивосток, ул. Гоголя, 41; e-mail: Li15@rambler.ru.
Sergey Viktorovich Semkin – Candidate of physical and mathematical sciences, associate professor of Chair of information technology and system.

interest. In this paper we obtain approximate values of the critical temperature for simple lattices and calculate the percolation thresholds for sites and bonds using the method of cyclic clusters.

For the Ising model with nonmagnetic dilution, it is not possible to construct an exact solution for any crystal lattice. The properties of this model are investigated either numerically or in one or another approximation. Approximate methods, proposed and investigated earlier by the authors of this paper, considered clusters of different sizes, allocated on a lattice. It was shown that if the clusters in question do not contain closed paths, the approximations obtained with their help are one or another generalized version of the Bethe approximation, which agrees with the fact that the Bethe approximation can be regarded as an exact solution on a lattice without closed paths (the Cayley tree). With the help of this method, it is possible to construct approximate concentration dependences of the magnetization, the critical temperature, and to find approximate values of the percolation thresholds for the sites and for the bonds. The results obtained in this way are, as shown in the paper, more accurate than those obtained by the Bethe method or its modifications.

Keywords: phase transitions, Ising model, dilute magnet.

Введение

Для исследования фазовых переходов в нерегулярных спиновых системах часто используется *модель Изинга для разбавленного магнетика* [1–4]. Эта модель характеризуется гамильтонианом [5]:

$$E = -\sum_{(l,\,l')} \xi_l\, \xi_{l'} J \sigma_l \sigma_{l'} - H_{ex} \sum_l \xi_l\, \sigma_l. \qquad (1)$$

Здесь σ_l – обычные изинговские переменные, определяющие ориентацию магнитного момента атома и принимающие значения +1 и -1; J – обменный интеграл, H_{ex} пропорциональна внешнему магнитному полю. Случайная переменная ξ_l может быть равна 0 и 1, ее среднее значение $\langle \xi_l \rangle = b_{(s)}$ определяет вероятность заполнения l-го узла изинговским «спином»; суммирование в первой сумме проводится по всем упорядоченным парам соседних узлов, во второй сумме – по всем узлам решетки. Будем считать, что магнитные и немагнитные атомы размещены по узлам решетки случайно, без корреляции и не перемещаются под воздействием тепловых колебаний («вмороженные» примеси).

Кроме разбавления по узлам мы будем рассматривать *модель замороженных связей*. В ней считается, что определенная доля $1 - b_{(b)}$ всех обменных интегралов искусственно исключена. Известно [1], что критическое значение K_c параметра $K = J/kT$, при котором происходит фазовый переход, зависит от концентрации $b_{(s)}$ в модели с разбавлением по узлам (или $b_{(b)}$ при разбавлении по связям). При некотором значении $b_{(s)} = b_{c(s)}$ (или $b_{(b)} = b_{c(b)}$) K_c обращается в бесконечность, то есть в системе отсутствует спонтанная намагниченность при любой температуре. Величины $b_{c(s)}$ и $b_{c(b)}$ являются перколяционными порогами по узлам и по связям для решетки, на которой рассматривается модель Изинга с разбавлением. В качестве типичного примера разбавленного магнетика, поведение которого может быть описано моделью Изинга с разбавлением по узлам, можно привести сплав $Fe_bZn_{1-b}F_2$, исследованный в работе [6].

Для модели Изинга с немагнитным разбавлением не удается построить точное решение для какой-либо кристаллической решетки. Свойства этой модели исследуются либо численно [4], либо в том или ином приближении [1–3, 8–11]. В приближенных методах [8–11], предложенных и исследованных ранее авторами настоящей работы, рассматривались кластеры различного размера, выделяемые на решетке. Было показано, что если рассматриваемые кластеры не содержат замкнутых путей, полученные с их помощью приближения являются тем или иным обобщенным вариантом приближения Бете, что согласуется с тем, что приближение Бете можно рассматривать как точное решение на решетке без замкнутых путей (дереве Кейли) [7]. В настоящей работе мы рассмотрим применение циклических кластеров для анализа свойств модели Изинга разбавленного магнетика, то есть кластеров, содержащих замкнутый путь. С помощью этого метода можно построить приближенные концентрационные зависимости намагниченности, критической температуры и найти приближенные значения порогов протекания $b_{c(s)}$ и $b_{c(b)}$. Полученные таким путем результаты являются, как будет доказано ниже, более точными, чем получаемые методом Бете или его модификациями.

Суть предлагаемого метода заключается в следующем. Рассмотрим вначале модель Изинга без разбавления на некоторой регулярной решетке. Выделим на решетке замкнутую цепочку из N узлов так, чтобы каждый узел цепочки имел ровно два ближайших соседа, принадлежащих этой цепочке. Взаимодействие между спинами, находящимися в узлах цепочки, будем учитывать точно, а взаимодействие их со всеми остальными спинами заменим кристаллическим полем $h_N = (q-2)\mu$, где q – координационное число решетки, μ – некоторый неизвестный параметр. Теперь можно вычислить среднюю намагниченность на узел цепочки $M_N(K,\mu)$ как функцию K и μ, составив самосогласованное уравнение для μ (можно предложить несколько способов составления такого уравнения), получим намагниченность как функцию K. В случае же немагнитного разбавления – по узлам или по связям – циклический кластер разбивается на совокупность фрагментов, а кристаллическое поле уменьшается.

Циклические кластеры в магнетике без разбавления

Рассмотрим кластер, состоящий из одного атома, находящегося в кристаллическом поле h_1. Средняя намагниченность этого атома равна

$$M_1(h_1) = \mathrm{th}(Kh_1 + h_{ex}), \tag{2}$$

где $h_{ex} = H_{ex}/kT$, $K = J/kT$, k – постоянная Больцмана, T – температура. (Если принять $h_1 = qm$, где q – координационное число решетки, $m = M_1(h_1)$ – средняя намагниченность атома, то из (2) получим известное приближение среднего поля [7].)

Рассмотрим теперь кластер из двух соседних атомов, находящихся в кристаллическом поле h_2. Средняя намагниченность атома кластера [8]:

$$M_2(h_2) = \frac{\mathrm{sh}(2Kh_2+2h_{ex})}{\mathrm{ch}(2Kh_2+2h_{ex})+\mathrm{e}^{-2K}}. \tag{3}$$

Приняв $h_2 = (q-1)m$, $m = M_2(h_2)$, получим несколько улучшенный метод среднего поля.

Рассмотрим замкнутую цепочку из N изинговских спинов $\sigma_1, \sigma_2, \dots \sigma_N$, находящихся в кристаллическом поле h_N. Статистическая сумма этой системы имеет следующий вид:

$$Z = \sum_{\{\sigma\}} \exp\{\sum_{i=1}^{N} (K\sigma_i \sigma_{i+1} + (Kh_N + h_{ex})\sigma_i)\}.$$

Здесь $h_{ex} = H/kT$, $\sigma_{N+1} = \sigma_1$. Для вычисления этой статистической суммы рассмотрим трансфер-матрицу [7]:

$$\mathbf{V} = \begin{pmatrix} e^{K+h} & e^{-K} \\ e^{-K} & e^{K-h} \end{pmatrix},\ h = Kh_N + h_{ex}.$$

Тогда $Z = Sp\,\mathbf{V}^N$.

Обозначим λ_1 и λ_2 собственные числа трансфер-матрицы $\mathbf{V}$ и запишем статсумму в виде

$$Z = \lambda_1^N + \lambda_2^N,$$
$$\lambda_{1,2} = e^K \mathrm{ch} h \pm \sqrt{e^{2K}\mathrm{sh}^2 h + e^{-2K}}.$$

Среднее значение спина (намагниченность $M_N(h_N)$) находится так:

$$M_N(h_N) = \frac{1}{N}\frac{\partial \ln Z}{\partial h} = \frac{\lambda_1^N - \lambda_2^N}{\lambda_1^N + \lambda_2^N}\frac{e^K \mathrm{sh}(Kh_N + h_{ex})}{\sqrt{e^{2K}\mathrm{sh}^2(Kh_N + h_{ex}) + e^{-2K}}}. \quad (4)$$

И для этого случая можно построить улучшенный метод среднего поля, приняв $h_N = (q-2)m$ и $m = M_N(h_N)$.

Оказывается, что к более точным результатам приводят не улучшения метода среднего поля, описанные выше, а сопоставление кластеров разного размера между собой. При этом мы не считаем поля h_1, h_2 и h_N, входящие в выражения (2) – (4) пропорциональными намагниченности m, но по-прежнему полагаем их попарно пропорциональными. То есть будем полагать:

$$h_1 = q\mu,\quad h_2 = (q-1)\mu,\quad h_N = (q-2)\mu,$$

где μ – некоторый неизвестный параметр.

Сопоставляя теперь друг с другом описанные выше кластеры, получим три варианта самосогласованных уравнений для определения параметра μ и намагниченности m

$$m = M_1(h_1) = M_2(h_2), \quad (5)$$

$$m = M_1(h_1) = M_N(h_N), \quad (6)$$

$$m = M_2(h_2) = M_N(h_N). \quad (7)$$

Можно утверждать [8, 9], что уравнения (5) не что иное, как известный метод Бете, являющийся точным решением для модели Изинга на дереве Кейли, а уравнения (6) и (7) приводят, как будет показано ниже, к более точным к результатам, чем метод Бете.

Критическое значение параметра $K = K_c$ находится из условия $h_{ex} = 0$ и

$$\frac{\partial M_i}{\partial \mu}\Big|_{\mu=0} = \frac{\partial M_j}{\partial \mu}\Big|_{\mu=0}$$

Что приводит уравнение (6) к

$$\frac{1-y^N}{1+y^N}\frac{1+y}{1-y} = \frac{q}{q-2}, \text{ где } y = \mathrm{th} K_c, \quad (8)$$

а уравнение (7) к

$$\frac{1-y^N}{1+y^N} = \frac{q-1}{q-2}(1-y). \qquad (9)$$

Значения K_c для простых решеток, найденные из уравнений (8) и (9) приведены в табл. 1. (В качестве N брался размер минимального простого цикла для соответствующей решетки.) В этой же таблице приведены точные значения K_c для этих решеток и K_c, найденные в приближении Бете. Для приближенных значений указано отклонение (в процентах) от соответствующего точного значения.

Таблица 1

Значения $K_c = J/kT_c$ (T_c – температура Кюри) в различных приближениях для простых решеток

Решетка	(q,N)	Точное значение	Приближение Бете	Формула (7)	Формула (8)
Квадратная	(4, 4)	0,441	0,347 (21%)	0,361 (18%)	0,370 (16%)
Шестиугольная	(3, 6)	0,658	0,549 (16%)	0,568 (14%)	0,575 (13%)
Треугольная	(6, 3)	0,275	0,203 (26%)	0,212 (23%)	0,219 (20%)
Кубическая	(6, 4)	0,214	0,203 (5,1%)	0,204 (4,7%)	0,206 (3,7%)
Тетраэдрическая	(4, 6)	0,370	0,347 (6,2%)	0,348 (5,9%)	0,349 (5,7%)

Таким образом, как видно из табл. 1, использование циклических кластеров приводит к более точному определению критической точки по сравнению с приближением Бете, особенно для плоских решеток. Однако улучшение точности представляется не слишком существенным, и это, по нашему мнению, связано с тем, что в приближениях (6) и (7) кристаллические поля, действующие на атомы кластера, считаются одинаковыми.

Циклические кластеры в разбавленном магнетике

При разбавлении по узлам или связям цепочка может разбиваться на некоторое количество линейных фрагментов, а кроме того кристаллическое поле h_N становится пропорциональным концентрации магнитных атомов или связей. Вычислив среднюю на атом намагниченность каждого такого фрагмента, а затем среднюю на узел намагниченность цепочки, получим последнюю как функцию K, μ и $b_{(s)}$ (или $b_{(b)}$). Обозначим m_i среднюю на атом намагниченность незамкнутого осколка цепочки, содержащего $i \leq N$ магнитных атомов и m_N^c – намагниченность на атом замкнутой цепочки из N магнитных атомов. (Очевидно, что для чистого магнетика $M_N(K,\mu) = m_N^c$.) Тогда, при разбавлении по узлам:

$$M_N(K,\mu,b_{(s)}) = \sum_{l=1}^{N-1} b_{(s)}^l (1-b_{(s)})^{N-l} \sum_{\{l,N\}} \left(\frac{}{N} \sum_k i_k m_{i_k}\right) + b_{(s)}^N m_N^c \qquad (10)$$

Суммы в этом выражении строятся так. Внешняя сумма – это сумма по количеству магнитных атомов в цепочке. Сумма по $\{l,N\}$ – это сумма по всем возможным способам разместить l магнитных атомов по N узлам замкнутой цепочки. Для каждого такого способа эти l атомов образуют фрагменты, содержащие i_1, i_2 ... атомов. Внутренняя сумма – это сумма по этим фрагментам. Аналогично при разбавлении по связям:

$$M_N(K,\mu,b_{(b)}) =$$
$$= (1-b_{(b)})^N m_1 + \sum_{l=1}^{N-1} b_{(b)}^l (1-b_{(b)})^{N-l} \sum_{\{l\ N\}} \left(\frac{1}{N}\sum_k i_k m_{i_k}\right) + b_{(b)}^N m_N^c \qquad (11)$$

Неизвестную величину μ, входящую в выражения (10) и (11), можно найти, составив самосогласованное уравнение следующим образом. Рассмотрим некоторый узел решетки. Заменяя действие атомов, находящихся в соседних узлах, кристаллическим полем h_1, найдем среднюю на узел намагниченность:

$$M_1(K,\mu,b_{(s)}) = b_{(s)}\mathrm{th}(Kh_1), \quad h_1 = q\mu b_{(s)}, \qquad (12)$$

для разбавления по узлам, и

$$M_1(K,\mu,b_{(b)}) = \mathrm{th}(Kh_1), \quad h_1 = q\mu b_{(b)} \qquad (13)$$

для разбавления по связям.

Также рассмотрим кластер из двух соседних узлов, находящихся в кристаллическом поле h_2. Средняя намагниченность на узел кластера при разбавлении по узлам

$$M_2(K,\mu,b_{(s)}) = 2b_{(s)}(1-b_{(s)})\mathrm{th}(Kh_2) + b_{(s)}^2 \frac{\mathrm{sh}\,(2Kh_2)}{\mathrm{ch}\,(2Kh_2)+\mathrm{e}^{-2K}}, \; h_2 = (q-1)\mu b_{(s)} \qquad (14)$$

и

$$M_2(K,\mu,b_{(b)}) = (1-b_{(b)})\mathrm{th}(Kh_2) + b_{(b)} \frac{\mathrm{sh}\,(2Kh_2)}{\mathrm{ch}\,(2Kh_2)+\mathrm{e}^{-2K}}, \; h_2 = (q-1)\mu b_{(b)} \qquad (15)$$

при разбавлении по связям.

Заметим, что, если приравнять правые части равенств (12) и (14) (или (13) и (15)), получим решение модели для разбавленного изинговского магнетика на решетке Бете с псевдохаотическим распределением примесей [10, 11].

Построим теперь самосогласованные уравнения для μ, приравнивая правые части равенств (10) и (12), (10) и (14) для разбавления по узлам, а также (11) и (13), (11) и (15) – для разбавления по связям. Решив эти уравнения, получим зависимости намагниченности от концентрации и температуры в различных приближениях. Оказывается, что ненулевое решение относительно μ существует у всех этих уравнений при условии $K > K_c$, причем K_c определяется из равенства производных по μ от правых частей соответствующих равенств при $\mu = 0$. Переходя теперь к пределу $K_c \to \infty$, получим уравнения для перколяционных порогов $b_{c(s)}$ и $b_{c(b)}$. Оказывается, что

$$\lim_{K_c\to\infty} \frac{\partial M_N}{\partial \mu}\Big|_{\mu=0} = \left(-(N-1)b_{(s)}^N + 2\frac{b_{(s)}-b_{(s)}^N}{1-b_{(s)}} + 1\right)(q-2)b_{(s)}^2 \qquad (16)$$

для равенства (10), и

$$\lim_{K_c\to\infty} \frac{\partial M_N}{\partial \mu}\Big|_{\mu=0} = \left(-(N-3)b_{(b)}^{N-1} + 2\frac{b_{(b)}-b_{(b)}^{N\;\;1}}{1-b_{(b)}} + 1\right)(q-2)b_{(b)} \qquad (17)$$

для равенства (11). Из (12) и (13) получим

$$\lim_{K_c\to\infty} \frac{\partial M_1}{\partial \mu}\Big|_{\mu=0} = qb_{(s)}^2, \qquad \lim_{K_c\to\infty} \frac{\partial M_1}{\partial \mu}\Big|_{\mu=0} = qb_{(b)} \qquad (18)$$

а из (14) и (15):

$$\lim_{K_c\to\infty} \frac{\partial M_2}{\partial \mu}\Big|_{\mu=0} = (q-1)b_{(s)}^2(1+b_{(s)}),$$
$$\lim_{K_c\to\infty} \frac{\partial M_1}{\partial \mu}\Big|_{\mu=0} = (q-1)(1+b_{(b)})b_{(b)}. \qquad (19)$$

Результаты вычислений порогов протекания по узлам и связям представлены в табл. 2. Перколяционные пороги в столбцах «(1-N)» и «(2-N)» получены приравниванием правых частей (16) – (17) и (18) и (19) соответственно.

Таблица 2

Значения перколяционных порогов по узлам и связям в различных приближениях для простых решеток

Решетка	(q, N)	Точное значение $b_{c(s)}$	Точное значение $b_{c(b)}$	$b_{c(s)}$ (1-N)	$b_{c(b)}$ (1-N)	$b_{c(s)}$ (2-N)	$b_{c(b)}$ (2-N)
Квадратная	(4, 4)	0,590	0,500	0,382	0,354	0,427	0,368
Шестиугольная	(3, 6)	0,700	0,653	0,538	0,522	0,558	0,532
Треугольная	(6, 3)	0,500	0,347	0,250	0,214	0,333	0.227
Кубическая	(6, 4)	0,310	0,250	0,210	0.203	0,219	0,205
Тетраэдрическая	(4, 6)	0,430	0,390	0,339	0,336	0,343	0,337
К.О.Ц.	(8, 6)	0,240	0,180	0,147	0,144	0,150	0,144

Таким образом, использование циклических кластеров позволяет различить задачи протекания по узлам и по связям (в отличие от приближения Бете) и дает удовлетворительное согласование с известными точными значениями порогов протекания (табл. 2).

Выводы

1. Использование циклических кластеров для приближенного расчета критической температуры $T_c = 1/K_c$ в модели Изинга неразбавленного магнетика приводит к несколько более точному результату по сравнению с методом Бете (табл. 1).

2. Применение циклических кластеров к модели Изинга для магнетика с немагнитным разбавлением приводит к различным результатам для разбавления по узлам и связям; в частности, пороги протекания для этих видов разбавления различны (табл. 2).

3. Приближенные значения порогов протекания для простых решеток, вычисленные с использованием циклических кластеров, ближе к истинным значениям, чем те, что получены для решетки Бете (табл. 2).

1. Мейлихов Е.З., Фарзетдинова Р.М. Теория эффективного поля для разупорядоченных магнитных сплавов // Физика твердого тела. 2014. № 56 (4). С. 679–686.
2. Freitas A.S., de Albuquerque D.F., Moreno N.O. A new theoretical approach to the $Fe_{1-q}Al_q$ in the bcc lattice by employing effective field theory // Physica A. 2012. No 391. P. 6332.
3. Belokon V., Kapitan V., Dyachenko O. The combination of the random interaction fields' method and the Bethe–Peierls method for studying two-sublattice magnets // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. 2016. No. 401. P. 651.
4. Муртазаев А.К., Камилов И.К., Рамазанов М.К. Критические свойства трехмерной фрустрированной модели Изинга на кубической решетке // Физика твердого тела. 2005. № 47 (6). С. 1125–1129.
5. Займан Дж. Модели беспорядка: Теоретическая физика однородно неупорядоченных систем. М.: Мир, 1982. 591 с.

6. Birgeneau R.J. et al. Critical behavior of a site-diluted three-dimensional Ising magnet // Phys. Rev. B. 1983. No 27. Iss. 11. P. 6747.
7. Бэкстер С Р. Точно решаемые модели в статистической механике. М.: Мир, 1985. 486 с.
8. Сёмкин С.В., Смагин В.П. Использование метода усреднения по полям взаимодействия для построения ренормгруппового преобразования фиксированного масштаба // Физика твердого тела. 2013. № 55. С. 892–894.
9. Сёмкин С.В., Смагин В.П. Модель Поттса на решетке Бете во внешнем поле // Известия вузов. Физика. 2016. № 59 (10). С. 120.
10. Сёмкин С.В., Смагин В.П. Модель Поттса на решетке Бете с немагнитными примесями // Журнал экспериментальной и теоретической физики. 2015. № 148. С. 729–733.
11. Сёмкин С.В., Смагин В.П. Приближение Бете в модели Изинга с подвижными примесями // Физика твердого тела. 2015. № 57 (5). С. 926–931.

Транслитерация

1. Meilikhov E.Z., Farzetdinova R.M. Teoriya effektivnogo polya dlya razuporyadochennykh magnitnykh splavov, *Fizika tverdogo tela*, 2014, No 56 (4), pp. 679–686.
2. Freitas A.S., de Albuquerque D.F., Moreno N.O. A new theoretical approach to the Fe1−qAlq in the bcc lattice by employing effective field theory, *Physica A*, 2012, No 391, p. 6332.
3. Belokon V., Kapitan V., Dyachenko O. The combination of the random interaction fields' method and the Bethe–Peierls method for studying two-sublattice magnets, *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 2016, No. 401, p. 651.
4. A.K. Murtazaev, I.K. Kamilov, M.K. Ramazanov Kriticheskie svoistva trekhmernoi frustrirovannoi modeli Izinga na kubicheskoi reshetke, *Fizika tverdogo tela*. 2005, No 47(6), pp. 1125–1129.
5. Zaiman Dzh. Modeli besporyadka: Teoreticheskaya fizika odnorodno neuporyadochennykh sistem. M.: Mir, 1982, 591 p.
6. Birgeneau R.J. et al. Critical behavior of a site-diluted three-dimensional Ising magnet, *Phys. Rev. B.,* 1983, No 27, iss. 11, P. 6747.
7. Bekster C R. Tochno reshaemye modeli v statisticheskoi mekhanike. M.: Mir, 1985, 486 p.
8. Semkin S.V., Smagin V.P. Ispol'zovanie metoda usredneniya po polyam vzaimodeistviya dlya postroeniya renormgruppovogo preobrazovaniya fiksirovannogo masshtaba, *Fizika tverdogo tela*, 2013, No 55, pp. 892–894.
9. Semkin S.V., Smagin V.P. Model' Pottsa na reshetke Bete vo vneshnem pole, *Izvestiya vuzov. Fizika*, 2016, No 59(10), pp. 120.
10. Semkin S.V., Smagin V.P. Model' Pottsa na reshetke Bete s nemagnitnymi primesyami, *Zhurnal eksperimental'noi i teoreticheskoi fiziki*, 2015, No 148, pp. 729–733.
11. Semkin S.V., Smagin V.P. Priblizhenie Bete v modeli Izinga s podvizhnymi primesyami, *Fizika tverdogo tela*, 2015, No 57(5), pp. 926–931.

Для цитирования: Смагин В.П., Сёмкин С.В. Метод циклических кластеров в модели Изинга разбавленного магнетика // Территория новых возможностей. Вестник Владивостокского государственного университета экономики и сервиса. 2018. Т. 10. № 1. С. 116–123.

For citation: Smagin V.P., Semkin S.V. The method of cyclic clusters in the Ising model of a dilute magnet, *The Territory of New Opportunities. The Herald of Vladivostok State University of Economics and Service*, 2018, Vol. 10, No 1, pp. 116–123.

DOI dx.doi.org/10.24866/VVSU/2073-3984/2018-1/116-123

Дата поступления: 12.01.2018.