УДК 519.816

А.С. Павликов, С.Н. Павликов

МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ ПРИНЯТИЯ УПРАВЛЕНЧЕСКОГО РЕШЕНИЯ

В данной работе приведены методы и принципы оптимизации процесса принятия управленческих решений. Уточнены и разработаны критерии оптимизации процедур принятия решений.

Под процессом принятия решения понимается преобразование исходной информации в выходную информацию в виде приказа, распоряжения. Процесс принятия решения является сложной итерационной процедурой, включающей в себя следующие этапы [1]:

1. определение причин появления проблемы; 2. формулировка проблемы; 3. определение цели, задач и критериев; 4. Выбор методов и средств решения задач, определение ограничений и необходимых ресурсов; 5. составление списка альтернатив; 6. обзор информации и прогноз; 7. разработка постановки задачи; 8. разработка математической модели; 9. выбор метода решения и разработка алгоритма; 10. согласование решения с исполнителями, оценка альтернатив и выбор оптимального решения; 11. анализ решения; 12. принятие решения;
13. пересмотр проблемы, цели, задач, методов, средств и необходимых ресурсов; 14. доведение решения до исполнителей; 15. исполнение решения; 16. оценка полученного результата и при необходимости внесение коррекции в содержание предыдущих этапов. 17. документирование.

При этом все перечисленные этапы повторяются в процессе принятия решения многократно до получения решения с требуемым качеством при заданных условиях.

Общая постановка задачи принятия решения выглядит следующим образом. Пусть эффективность того или иного решения определяется некоторым критерием F. Все факторы, от которых зависит эффективность выбора, можно разделить на две группы контролируемые (управляемые) и неуправляемые факторы. Неконтролируемые факторы в зависимости от информированности о них подразделяются на подгруппы: стохастические и неопределенные. Значения факторов обычно ограничены рядом естественных причин и определяются областями пространства Ω_x факторов, внутри которых расположены возможные значения факторов X. Поскольку критерием оптимальности является количественная мера степени достижения цели управления, математически цель управления выражается в стремлении к максимально возможному увеличению или уменьшению значения критерия F.

Средством достижения этой цели является соответствующий выбор управлений X из областей их допустимых значений, которые обеспечивали бы выполнение процедуры поиска аргумента экстремума.

В случае однокритериальной статистической задачи принятия решения, постановка выглядит следующим образом. Стратегии управления могут быть представлены в виде n-мерного вектора X на компоненты которого наложены ограничения, обусловленные рядом естественных причин, в виде областей допустимых значений стратегий X.

Эффективность управления характеризуется некоторым численным критерием оптимальности F = F(X, C) ,

$$F = \max(\min)\ (F(X, C)) \big/_{x \in \Omega}, \qquad (1)$$

где C - массив параметров.

В результате принятия решения необходимо выбрать такое значение вектора управления X из области Ω_x его допустимых значений, которое максимизирует значение критерия оптимальности F.

Принятие решения осуществляется как правило в условиях априорной неопределенности, которая подразделяется на параметрическую и непараметрическую. На первом этапе, как правило, задача решается для одного, затем двух критериев. И только после анализа процедур принятия решения переходят к многокритериальным задачам.

Синтез алгоритма принятия решения всегда связан с нахождением экстремума определенного, на первом этапе только одного критерия качества. Проверка статистических гипотез производится в интересах потребителя информации, задача которого состоит в эффективном обслуживании объектов в условиях принятой гипотезы. Эффективность управленческих решений зависит от достоверности распознавания одной из гипотез, под которыми понимаются возможные альтернативы решений. Все оптимальные алгоритмы такого класса содержатся в байесовском правиле [2]. Однако, известные алгоритмы [2] синтезированы к определенным условиям и не всегда сохраняют эффективность при их не соблюдении. Представляет практический интерес изучения случаев, не соответствующих стандартным условиям. К ним относятся случаи, когда объем выборки или очень мал, или слишком велик. В условиях малой выборки входной реализации в дополнение к известным алгоритмам, предлагается правило принятия решения. Которое состоит в следующем. На основе байесовского метода необходимо оставить значение минимума среднего риска не более заданной величины таким образом, чтобы обеспечить минимум вероятности ошибки второго рода при условии, что вероятность ошибки первого рода не превышает определенную величину. Это соответствует критерию Неймана - Пирсона, оптимизированному для задачи проверки статистических гипотез, имеющих высокую значимость риска.

В роли дополнительных критериев относительной эффективности такого алгоритма предлагается использовать следующие правила:
- из двух непараметрических алгоритмов, поддерживающих в заданных пределах значения минимума среднего риска и ошибки первого рода, более эффективен тот, для которого вероятность ошибки второго рода меньше;
- из двух алгоритмов, поддерживающих в заданных пределах значения минимума среднего риска и ошибки первого рода, более эффективен тот, который обеспечивает минимальную среднюю вероятность ошибки второго рода в широком классе распределений вероятностей при альтернативе нулевой гипотезе.

Необходимой задачей синтеза алгоритма принятия решения является анализ его рабочих характеристик. Для оценки эффективности синтезированного алгоритма выбраны два критерия, предназначенные для сравнения: с непараметрическим и оптимальным алгоритмами.

Сравним синтезированный алгоритм с ближайшим непараметрическим, в роли которого выберем односторонний знаковый алгоритм, основанный на критерии Неймана-Пирсона. В обоих случаях решение принимается на однородной независимой выборке размера n.

Для знакового алгоритма

$$\sum_{k=1}^{n} sign\ \mathrm{x_k} \ \geq \mathrm{C_1} \qquad (2)$$

асимптотическая характеристика имеет вид

$$\mathrm{x}_{\alpha} - x_{1-\beta} = a_{cp} \cdot \frac{\sqrt{n}}{\sigma}, \qquad (3)$$

где a_{cp} - среднее значение выборки;

x_{α}, $x_{1-\beta}$ - процентные точки нормального распределения.

Так как для n>>1 согласно предельной теореме статистика знакового алгоритма асимптотически нормальна при произвольном распределении независимой однородной выборки.

Для знаково-рангового алгоритма также известна асимптотическая характеристика

$$\mathrm{x}_{\alpha} - x_{1-\beta} = \sqrt{12 \cdot a_{cp} \cdot n} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2(x)dx, \qquad (4)$$

где ω (x) - произвольное симметричное распределение.

Отношение выражения (4) к (3) имеет вид

$$\mathrm{K_1} = \sigma \cdot \sqrt{12} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2(x)dx. \qquad (5)$$

Если ω (x) - плотность нормального распределения, то $\int\limits_{-\infty}^{\infty}\omega^2(x)dx = \sqrt{4\pi\cdot\sigma}$ и

$$K_1 \cong \sigma^2\cdot\sqrt{48\cdot\pi}\,. \qquad (6)$$

Критерий (6), хотя и получен для асимптотических характеристик, может служить качественным критерием, позволяющим сделать вывод в пользу знаково-рангового критерия. Преимущество достигается за счет усложнения алгоритма. В то время, как число операций для алгоритма (2) растет линейно в зависимости от размера выборки, число операций знаково-рангового алгоритма пропорционально квадрату размера выборки.

Приведем сравнительные коэффициенты асимптотической эффективности знаково-рангового алгоритма относительно знакового:

- при равномерном распределении, описываемом характеристиками

$$\omega(\mathrm{x}) = 1/2,\ |\mathrm{x}| \le 1/2, \sigma^2 = 1/3$$

получим К1 = 1;

при распределении Лапласа с плотностью
$\omega(\mathrm{x}) = (\lambda/2)\cdot\exp(-\lambda/x)$

и $\lambda > 0$, $\sigma^2 = 1/3$ получим $K_1 = \sqrt{6}\cdot\exp(-\lambda\cdot|x|)$.

Это подтверждает высокую эффективность знаково-рангового алгоритма, хотя и не исключает наличие таких распределений, которые обеспечат выполнение неравенства

$$\int\limits_{-\infty}^{\infty}\omega^2(x)dx \le (\sigma\cdot\sqrt{12})^{-1}, \qquad (7)$$

приводящего согласно выражения (5) к К1 < 1.

Подтверждением высокой эффективности знаково-рангового алгоритма в асимптотическом случае является то, что его статистика удовлетворяет применимости центральной предельной теоремы и, следовательно, она асимптотически нормальна и при нулевой гипотезе Н, и при ее альтернативе К1. А именно в этом случае К1 имеет максимальное значение.

Сравним синтезированный алгоритм с оптимальным параметрическим алгоритмом. Коэффициент асимптотической относительной эффективности имеет вид

$$K_2 = 12\cdot\sigma^2\cdot(\int\limits_{-\infty}^{\infty}\omega^2(x)dx)^2. \qquad (8)$$

Выражения (7) позволяет определить K_2 для различных распределений приведены в таблице 1.

Анализ полученных результатов позволяет сделать вывод: для гауссовского распределения эффективность оптимального алгоритма выше. Однако это повышение эффективности незначительно. При изменении же закона распределения ω(x) относительная эффективность знаково-рангового алгоритма, как и следовало ожидать, возрастает.

Таблица 1

Значения коэффициента асимптотической относительной эффективности

Распределение	Формула, определения K_2	Значение
Нормальное	$K_2 = 12 \cdot \sigma^2 \cdot \ /(4\pi\sigma^2)$	0,9549
Равномерное	$K_2 = 1$	1
Лапласа	$K_2 = 6 \cdot \exp(-\lambda \cdot \lvert x \rvert)$	

В выражениях для определения K_2 отсутствует величина объема выборки. Однако с его уменьшением следует ожидать некоторое снижение эффективности оптимального алгоритма, оптимизированного к большой выборке, а значит относительная эффективность знаково-рангового алгоритма еще больше возрастает.

Приведенные значения K_1 и K_2 доказывают высокую эффективность использования знаково-рангового алгоритма для проверки статистики гипотез в условиях априорной непараметрической неопределенности и могут быть рекомендованы к использованию в автоматических устройствах принятия решения. В случае многокритериальных задач принятия решения требуется более общей постановки задачи и рассмотрено в работе [3].

Список использованных источников

1. В.М. Гасов и др. Системное проектирование взаимодействия человека с техническими средствами –М.: Высшая школа, 1991.

2. Б.Р. Левин Теоретические основы статистической радиотехники. – М.: Радио и связь, 1989.

3. С.Н. Павликов Основы построения информационных систем: Вологдинские чтения. ДВГТУ. - Владивосток: ДВГТУ, 2007. - С. 196 – 221.