УДК 681.51

А. В. Епифанцев<sup>1</sup>, В. П. Кривошеев<sup>2</sup>, М. А. Сачко<sup>3</sup>

# ИССЛЕДОВАНИЕ КАСКАДНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

Выводятся передаточные функции двухконтурной каскадной ACP для основной и вспомогательной регулируемых переменных. Рассматривается метод вещественных частотных характеристик для построения переходного процесса. Проводится сравнение переходных процессов одноконтурной и каскадной ACP. Проводится исследование зависимости регулируемых переменных от изменения времени запаздывания по каналам возмущения.

**Ключевые слова**: автоматическая система регулирования, каскадная система регулирования, передаточная функция, переходный процесс, формула Мейсона, метод вещественных частотных характеристик.

#### Введение

При автоматизации сложных технологических объектов управления (TOУ) часто возникает задача применения многоконтурных автоматических систем регулирования (ACP), одними из представителей которых являются каскадные ACP. Такие ACP обеспечивают достаточно высокое качество регулирования TOУ, имеющих помимо выходных регулируемых координат еще и дополнительные промежуточные координаты, которые могут быть использованы для организации вспомогательных контуров стабилизации. Вследствие этого каскадные ACP всегда имеют многоконтурную структуру и включают в свой состав два и более регулятора. При автоматизации химико-технологических объектов чаще всего используют двухконтурные каскадные системы [1, 2].

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> © Алексей Владимирович Епифанцев, аспирант кафедры информационных систем и компьютерных технологий Владивостокского государственного университета экономики и сервиса, ул. Гоголя, 41, г. Владивосток, Приморский край, 690014, Россия, E-mail: aale-xey@rambler.ru.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> © Владимир Петрович Кривошеев, д-р техн. наук, профессор кафедры информационных систем и компьютерных технологий Владивостокского государственного университета экономики и сервиса, ул. Гоголя, 41, г. Владивосток, Приморский край, 690014, Россия, E-mail: krivosheev@vvsu.ru.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> © Максим Анатольевич Сачко, старший преподаватель кафедры информационных систем и компьютерных технологий Владивостокского государственного университета экономики и сервиса, ул. Гоголя, 41, г. Владивосток, Приморский край, 690014, Россия, E-mail: keeper@vvsu.ru.

На рисунке 1 изображена схема двухконтурной каскадной АСР в общем виде. На практике, как правило, рассматривается каскадная АСР с подачей возмущающего воздействия на вход ТОУ по каналу управления (базовый случай), схема которой изображена на рис. 2. Каскадная АСР общего вида может быть приведена к базовому виду, если взять передаточные функции по каналам возмущения равными:

$$W_{e}(s) = W_{o}(s), \tag{1}$$

$$W_{s1}(s) = W_{o1}(s)$$
 (2)



Рис. 1. Схема каскадной АСР в общем виде



Рис. 2. Схема каскадной АСР при подаче возмущающего воздействия на вход ТОУ по каналу управления

В данной работе решаются следующие задачи:

 получение передаточной функции замкнутой каскадной АСР по каналу возмущения для расчета основной регулируемой переменной;

– получение передаточной функции замкнутой каскадной ACP по каналу возмущения для расчета вспомогательной регулируемой переменной;

 построение переходного процесса каскадной ACP с помощью метода вещественно-частотных характеристик;

- сравнение переходных процессов каскадной и одноконтурной ACP;

– исследование зависимости основной и вспомогательной регулируемых переменных двухконтурной каскадной АСР от времени запаздывания каналов возмущения и инерционности канала  $W_{s}(s)$  при приведении каскадной ACP общего вида к базовому случаю.

### Получение передаточных функций замкнутой каскадной АСР

Для получения передаточной функции замкнутой каскадной ACP по каналу возмущения используется формула Мейсона [3]:

$$\Phi_{ek}(s) = \frac{1}{\Delta(s)} \sum_{i=1}^{m} W_{ek(i)}(s) \Delta_i(s)$$
(3)

где  $W_{ek(i)}(s)$  – передаточная функция i-го прямого канала, связывающего вход  $X_k$  с выходом  $y_e$ ; m – число таких каналов;  $\Delta(s)$  – специальный полином, который определенным образом характеризует совокупность всех замкнутых цепей системы, содержащих обратные связи, и вычисляется как сумма передаточных функций разомкнутых контуров этих цепей и произведений передаточных функций разомкнутых контуров пар, троек и т.д. не соприкасающихся друг с другом цепей с обратными связями:

$$\Delta(s) = 1 - \sum_{i} W_{i}(s) + \sum_{i,j} W_{i}(s) W_{j}(s) - \sum_{i,j,r} W_{i}(s) W_{j}(s) W_{r}(s) + \dots$$
(4)

Полином  $\Delta_i(s)$  составляется по правилу, аналогичному (4), но только для цепей с обратными связями, не соприкасающихся с i-м прямым каналом. Знаки всех сигналов прямых каналов и обратных связей учитываются в формулах (3) и (4) перед соответствующими передаточными функциями.

Для получения передаточной функции для расчета основной регулируемой переменной был построен соответствующий ей сигнальный граф (рис. 3), на котором отображены основные узлы системы и переходы между ними.



Рис. 3. Сигнальный граф каскадной АСР

На построенном графе были выделены графы двух прямых каналов (рис. 4) и двух замкнутых цепей (рис. 5).

Поскольку все контуры соприкасаются (имеют общие ветви или вершины), то парные произведения и триады в формуле отсутствуют. Нет также в сигнальном графе контуров, не соприкасающихся с прямыми каналами, поэтому  $\Delta_I(s) = 1$  и  $\Delta_{II}(s) = 1$ .



Рис. 4. Сигнальные графы прямых каналов



Рис. 5. Сигнальные графы замкнутых цепей

Таким образом:

$$W_I(s) = W_s(s) \tag{5}$$

$$W_{II}(s) = -W_{e1}(s)R_{1}(s)W_{o}(s)$$
(6)

$$\Delta(s) = 1 + R(s)W_{e1}(s) + R_1(s)W_{o1}(s)$$
(7)

$$\Delta_I(s) = \Delta_{II}(s) = 1 \tag{8}$$

Подставив (5), (6), (7) и (8) в (3), получим передаточную функцию замкнутой каскадной АСР:

$$W(s) = \frac{W_{e}(s) - W_{e1}(s)R_{1}(s)W_{o}(s)}{1 + R(s)R_{1}(s)W_{o}(s) + R_{1}(s)W_{o1}(s)}$$
(9)

Аналогичным образом была получена передаточная функция для расчета вспомогательной регулируемой переменной. Был построен сигнальный граф (рис. 6) и выделены графы прямых каналов (рис. 7). Графы замкнутых контуров для этого случая те же, что и при расчете передаточной функции для основной переменной. В результате была получена передаточная функция каскадной АСР для расчета вспомогательной регулируемой переменной:

$$W(s) = \frac{W_{e1}(s) - W_{e}(s)R(s)R_{1}(s)W_{o1}(s)}{1 + R(s)R_{1}(s)W_{o}(s) + R_{1}(s)W_{o1}(s)}$$
(10)



Рис. 6. Сигнальный граф каскадной АСР



Рис. 7. Сигнальные графы прямых каналов

### Построение переходного процесса

Эффективность работы АСР, как правило, определяют с помощью графика переходного процесса, показывающего изменение регулируемого параметра системы при ступенчатой подаче возмущающего воздействия. В данной работе для получения переходного процесса использовался метод вещественных частотных характеристик [4]:

$$h(t) = \frac{2}{\pi} \int_{0}^{+\infty} \frac{\operatorname{Re}(\omega)\sin(\omega t)}{\omega} d\omega \approx \frac{2}{\pi} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\operatorname{Re}(i\Delta\omega)\sin(i\Delta\omega t)}{i}$$
(11)

Для построения переходного процесса от передаточных функций (9) и (10) переходят к амплитудно-фазовой характеристике (AФX), заменяя переменную *s* на  $j\omega$ , где  $\omega$  – круговая частота, а j – мнимая единица. В (11)  $\text{Re}(\omega)$  есть вещественная частотная характеристика AФX замкнутой каскадной ACP.

На практике в формуле (11) переменная i изменяется от нудя до  $\omega_{\max} / \Delta \omega$ , где  $\omega_{\max}$  – максимальная частота системы, а  $\Delta \omega$  – шаг по частоте.

Для определения максимальной частоты системы строится график вещественной частотной характеристики  $\operatorname{Re}(\omega)$ . За  $\mathcal{Q}_{\max}$  берется частота затухания  $\operatorname{Re}(\omega)$ .

С целью автоматизации расчетов была разработана программа «Transient Cascade», предназначенная для построения графиков вещественночастотных характеристик и переходных процессов для основной и вспомогательной регулируемых переменных двухконтурных каскадных АСР. Алгоритмы расчета графиков вещественных частотных характеристик и переходных процессов каскадных АСР будут впоследствии интегрированы в учебно-методический комплекс «Studium» [5].

## Сравнение переходных процессов каскадной и одноконтурной АСР

С использованием программы «Transient Cascade» был построен переходный процесс каскадной АСР для сравнения с переходным процессом одноконтурной АСР.

В качестве примера рассмотрена каскадная АСР со следующими ха-

$$W_{o}(s) = 10 \frac{1}{1+100s} e^{-5s}, \qquad W_{o1}(s) = 10 \frac{1}{1+10s} e^{-2s},$$
  
W<sub>o</sub>(s) = 10  $\frac{1}{1+80s} e^{-4s}, \qquad W_{o1}(s) = 5 \frac{1}{1+5s} e^{-1.9s}.$   
Для данной ACP были рассчитаны параметры регуляторов:  
 $R(s) = \frac{1,962+0,34s}{s}, \qquad R_{1}(s) = \frac{0,289+0,676s}{s}.$ 

Для того же ТОУ были рассчитаны параметры регулятора однокон-

турной ACP:  

$$R(s) = \frac{0,131+1,67s}{s}$$
,  $W_o(s) = 10 \frac{1}{1+100s} e^{-5s}$ ,  $W_e(s) = 10 \frac{1}{1+80s} e^{-4s}$ ,

После этого были построены переходные процессы для одноконтурной (рис. 8) и каскадной (рис. 9) АСР.



Рис. 9. Переходный процесс каскадной АСР

Из рисунков 8 и 9 следует, что в данном примере время затухания графиков переходных процессов и максимальная амплитуда переходного процесса у каскадной ACP значительно ниже, чем у одноконтурной, что свидетельствует о преимуществе каскадной ACP перед одноконтурной.

Исследование зависимости регулируемых переменных двухконтурной каскадной ACP от времени запаздывания и инерционности каналов возмущения при приведении каскадной ACP общего вида к базовому случаю

Для исследования зависимости регулируемых переменных двухконтурной каскадной ACP от времени запаздывания каналов возмущения была взята ACP со следующими передаточными функциями:  $W_o(s) = W_e(s) = 10 \frac{1}{1+100s} e^{-5s}$ ,  $W_{o1}(s) = W_{e1}(s) = 10 \frac{1}{1+10s} e^{-2s}$ ,  $R(s) = \frac{1,962+0,34s}{s}$ ,  $R_1(s) = \frac{0,289+0,676s}{s}$ .

Сначала изменялось время запаздывания передаточной функции  $W_{s1}(s)$ , как в большую, так и в меньшую сторону. На рисунках 10, 11 и 12 изображены графики переходных процессов основной регулируемой переменной <sup>у</sup> при времени запаздывания канала  $W_{s1}(s)$ , равном 1, 2 и 3 соответственно. На рисунках 13, 14 и 15 приводятся графики переходных

процессов вспомогательной регулируемой переменной  $y_1$  при времени запаздывания канала  $W_{s1}(s)$ , равном 1, 2 и 3 соответственно.



Рис. 10. Переходный процесс переменной y при времени запаздывания канала  $W_{s1}(s)$ , равном 1



Рис. 11. Переходный процесс переменной y при времени запаздывания канала  $W_{s1}(s)$ , равном 2



Рис. 12. Переходный процесс переменной y при времени запаздывания канала  $W_{a1}(s)$ , равном 3

Как видно из рис. 10, 11, 12, изменение времени запаздывания канала  $W_{s1}(s)$  не влияет на время затухания графика переходного процесса основной регулируемой переменной <sup>у</sup> и незначительно влияет на максимальную амплитуду графика. Однако при увеличении времени запаздывания существенно увеличивается значение переменной <sup>у</sup> в первой точке максимума.



Рис. 15. Переходный процесс переменной  $y_1$  при времени запаздывания канала  $W_{61}(s)$ , равном 3

На рисунках 13, 14, 15 видно, что при увеличении времени запаздывания канала  $W_{s1}(s)$  время затухания графика переходного процесса вспомогательной регулируемой величины  $y_1$  также не изменяется. Однако заметно уменьшается значение переменной  $y_1$  в первой точке мини-

мума и второй точке максимума графика, таким образом, изменяется максимальная амплитуда графика переходного процесса.

После этого было построено несколько переходных процессов при изменении времени запаздывания передаточной функции канала  $W_e(s)$ . На рисунках 16, 17 и 18 приведены графики переходных процессов основной регулируемой переменной <sup>у</sup> при времени запаздывания канала  $W_e(s)$ , равном 3, 5 и 7 соответственно. На рисунках 19, 20 и 21 показаны графики переходных процессов вспомогательной регулируемой пе-

ременной  $y_1$  при времени запаздывания канала  $W_s(s)$ , равном 3, 5 и 7 соответственно.





Рис. 17. Переходный процесс переменной y при времени запаздывания канала  $W_{e}(s)$ , равном 5



Рис. 18. Переходный процесс переменной y при времени запаздывания канала  $W_{s}(s)$ , равном 7

Из рисунков 16, 17, 18 видно, что при увеличении времени запаздывания канала  $W_s(s)$  время затухания графика не изменяется, но значительно уменьшается значение переменной <sup>у</sup> в первой точке максимума. Также при изменении времени запаздывания в большую или меньшую сторону относительно базового случая уменьшается значение величины <sup>у</sup> в первой и второй точках минимума и повышается во второй точке максимума, увеличивая тем самым максимальную амплитуду.



Рис. 19. Переходный процесс переменной  $y_1$  при времени запаздывания канала  $W_e(s)$ , равном 3



Рис. 20. Переходный процесс переменной  $y_1$  при времени запаздывания канала  $W_{e}(s)$ , равном 5





Рис. 21. Переходный процесс переменной  $y_1$  при времени запаздывания канала  $W_{e}(s)$ , равном 7

Из рисунков 19, 20, 21 видно, что при увеличении времени запаздывания канала  $W_s(s)$  уменьшается значение переменной  $y_1$  в первой точке минимума. При изменении времени запаздывания в большую или меньшую сторону относительно базового случая увеличивается значение пе-

ременной <sup>*y*<sub>1</sub></sup> во второй и третьей точках максимума и уменьшается во второй точке минимума, следовательно, увеличивается максимальная амплитуда графика. На время затухания переходного процесса переменной

 $y_1$  изменение времени запаздывания канала  $W_e(s)$  не влияет.

Затем были построены переходные процессы основной регулируемой

переменной <sup>у</sup> каскадной АСР при разной инерционности канала  $W_e(s)$ . На рисунках 22, 23, 24 представлены графики переходных процессов пе-

ременной <sup>у</sup> при значениях переменной *T* передаточной функции  $W_{g}(s)$ , равных 80, 100 и 120 соответственно.



Рис. 22. Переходный процесс переменной y при значении переменной T канала  $W_{e}(s)$ , равном 80



Рис. 23. Переходный процесс переменной y при значении переменной T канала  $W_{e}(s)$ , равном 100



Рис. 23. Переходный процесс переменной y при значении переменной T канала  $W_{e}(s)$ , равном 120

Из рисунков 21, 22 и 23 видно, что при увеличении времени запаздывания канала  $W_{s}(s)$  значения переменной <sup>у</sup> в первой точке максимума и первой и второй точках минимума уменьшается, во второй и третьей точках максимума растет, таким образом, увеличивается максимальная амплитуда переходного процесса. При этом время затухания графика не изменяется.

Можно сделать вывод, что при увеличении времени запаздывания передаточной функции  $W_{e1}(s)$  двухконтурной каскадной системы регулирования незначительно возрастает максимальная амплитуда переходного процесса основной регулируемой переменной y и заметно увеличивается максимальная амплитуда переходного процесса вспомогательной переменной  $y_1$ . При этом время затухания переходных процессов обеих переменных не изменяется. При изменении времени запаздывания передаточной функции  $W_e(s)$  в большую или меньшую сторону относительно общего случая максимальная амплитуда переходных процессов регулируемой функции y и  $y_1$  существенно возрастает, время затухания также

не изменяется. При увеличении инерционности канала  $W_{e}(s)$  значительно увеличивается максимальная амплитуда переходного процесса основной регулируемой переменной <sup>у</sup>, на время затухания изменение инерционности канала  $W_{e}(s)$  не влияет.

1. Стефани Е.П. Основы настройки регуляторов теплоэнергетических процессов / Е.П. Стефани. – М.: Энергия, 1972.

3. Лукас В.А. Теория управления техническими системами / В.А. Лукас. – Екатеринбург, 2002.

4. Теория автоматического управления / С.Е. Душин, Н.С. Зотов, Д.Х. Имаев, Н.Н. Кузмин, В.Б. Яковлев. – М.: Высшая школа, 2003.

5. Епифанцев А.В., Сачко М. А., Кривошеев В.П. Разработка информационно-программного обеспечения для исследования комбинированных систем управления // Интеллектуальный потенциал вузов – на развитие Дальневосточного региона России и стран АТР: материалы XI международной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых. – Владивосток: Изд-во ВГУЭС, 2009. – С. 75 – 79.

<sup>2.</sup> Автоматическое управление в химической промышленности / Е.Г. Дудников, А.В. Казаков, Ю.Н. Софиева, А.Э. Софиев, А.М. Цирлин. – М.: Химия, 1987.