ТЕОРИЯ КОРАБЛЯ И СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

Научная статья
УДК 539.4:669.018.29
https://doi.org/10.24866/2227-6858/2026-1/26-39

# Оценка взаимосвязи начальной и критической длин макротрещин феррито-перлитных сталей судовых корпусных конструкций

**Константин Александрович Молоков**[1,2,✉], **Валерий Васильевич Новиков**[1], **Антон Викторович Тювеев**[2]

[1]Дальневосточный федеральный университет,
Владивосток, Российская Федерация
[2] Владивостокский государственный университет,
Владивосток, Российская Федерация
✉ spektrum011277@gmail.com

***Аннотация***. Исследование взаимосвязи начальной и критической длин макротрещин в феррито-перлитных сталях, применяемых в судовых корпусных конструкциях, раскрывает ключевые аспекты усталостной прочности материалов. Феррито-перлитные стали, благодаря высоким прочностным характеристикам и коррозионной стойкости, широко используются в судостроении, однако их эксплуатационные свойства ухудшаются под воздействием циклических нагрузок, что приводит к образованию и развитию трещин усталости.

Изучение взаимосвязи начальной и критической длин макротрещин в корпусных сталях раскрывает ключевые механизмы их зарождения и развития. Неоднородность механических свойств в зоне термического влияния сварных соединений изменяет траекторию и скорость распространения трещин, что является критичным при оценке остаточного ресурса конструкций. Критическая длина макротрещины определяет переход от стабильного развития к катастрофическому разрушению, а её соотношение с начальной длиной характеризует способность материала сопротивляться распространению повреждений.

На основе структурно-механической модели и концепции критической плотности энергии деформации выведены аналитические зависимости для порогового ($K_{th}$) и критического ($K_{1c}$) коэффициентов интенсивности напряжений. Показано, что соотношение $(K_{1c}/K_{th})^2$ пропорционально отношению критической ($L_c$) и начальной ($l_{min}$) длин трещин, что позволяет оценивать стабильность их роста. Анализ зависимости $L_c/l_{min} = f(m, \mu)$ демонстрирует значительное влияние коэффициента степенного упрочнения ($m$) и коэффициента Пуассона ($\mu$) на динамику разрушения: увеличение $m$ снижает отношение $L_c/l_{min}$ , ускоряя переход к неустойчивому распространению трещин.

Предложена новая аналитическая формула для расчёта предела выносливости, учитывающая жёсткость напряжённого состояния возле вершины трещины и, соответственно, упрочнение материала. Полученные зависимости позволяют точнее прогнозировать критическую длину трещин и оптимизировать проектирование судовых конструкций, повышая их надёжность и безопасность.

***Ключевые слова***: сварные конструкции, микротрещина, длина макротрещины, метод сечений, истинные напряжения разрыва, коэффициент степенного упрочнения, истинная диаграмма деформирования, шаровой тензор, коэффициент перенапряжения

***Для цитирования***: Молоков К.А., Новиков В.В., Тювеев А.В. Оценка взаимосвязи начальной и критической длин макротрещин феррито-перлитных сталей судовых корпусных конструкций // Вестник Инженерной школы Дальневосточного федерального университета. 2026. № 1(66). С. 26–39.

© Молоков К.А., Новиков В.В., Тювеев А.В., 2026. Лицензия: CC BY-NC-ND 4.0.

SHIP THEORY AND STRUCTURAL MECHANICS

Original article

# Assessing the relationship between the initial and critical lengths of macrocracks in ferritic-pearlitic steels for marine hull structures

**Konstantin A. Molokov**[1,2,✉], **Valery V. Novikov**[1], **Anton V. Tyuveev**[2]

[1] Fat Eastern Federal University, Vladivostok, Russian Federation
[2] Vladivostok State University, Vladivostok, Russian Federation
✉ spektrum011277@gmail.com

***Abstract***. A study of the relationship between the initial and critical lengths of macrocracks in ferritic-pearlite steels used in marine hull structures reveals key aspects of the fatigue strength of materials. Ferritic-pearlite steels, due to their high strength and corrosion resistance, are widely used in shipbuilding. However, their performance properties deteriorate under cyclic loads, leading to the formation and development of fatigue cracks.
A study of the relationship between the initial and critical lengths of macrocracks in hull steels reveals the key mechanisms of their initiation and development. Heterogeneity of mechanical properties in the heat-affected zone of welded joints alters the trajectory and rate of crack propagation, which is critical when assessing the remaining life of structures. The critical length of a macrocrack determines the transition from stable development to catastrophic failure, and its ratio to the initial length characterizes the material's ability to resist damage propagation. Based on a structural-mechanical model and the concept of critical strain energy density, analytical relationships for the threshold ($K_{th}$) and critical ($K_{1c}$) stress intensity factors are derived. It is shown that the ratio $(K_{1c}/K_{th})^2$ is proportional to the ratio of the critical ($L_c$) and initial ($l_{min}$) crack lengths, allowing for the assessment of crack growth stability. Analysis of the $L_c/l_{min} = f(m, \mu)$ relationship demonstrates the significant influence of the power-law hardening coefficient (m) and Poisson's ratio (μ) on fracture dynamics: an increase in m reduces the $L_c/l_{min}$ ratio, accelerating the transition to unstable crack propagation.
A new analytical formula for calculating the fatigue limit is proposed, taking into account the stress state stiffness near the crack tip and, accordingly, material hardening. The resulting relationships allow for more accurate prediction of the critical crack length and optimization of the design of ship structures, increasing their reliability and safety.
***Keywords***: welded structures, microcrack, macrocrack length, section method, true tensile stress, power-law hardening coefficient, true stress-strain diagram, spherical tensor, overstress coefficient
***For citation***: Molokov K.A., Novikov V.V., Tyuveev A.V. Assessing the relationship between the initial and critical lengths of macrocracks in ferritic-pearlitic materials for marine hull structures. *FEFU: School of Engineering Bulletin*, 2026, no. 1(66), pp. 26–39. (In Russ.).

## Введение

Исследование размеров макротрещин и остаточного ресурса машиностроительных и судовых корпусных конструкций является актуальной задачей в области материаловедения и механики деформируемого твёрдого тела. Понимание процессов зарождения и развития трещин позволяет прогнозировать долговечность и надёжность конструкций, что является критически важным для обеспечения безопасности и экономической эффективности их эксплуатации [1, 2].

Стали феррито-перлитного класса широко используются в судовых корпусных конструкциях благодаря своим механическим свойствам, таким как высокая прочность, пластичность и устойчивость к коррозии [3]. Однако в процессе эксплуатации под воздействием различных нагрузок и внешних факторов в этих материалах появляются и развиваются трещины, что приводит к уменьшению их эксплуатационных характеристик и может стать причиной аварийных ситуаций [3, 4].

Оценка начальной и критической длин макротрещин является ключевым аспектом в прогнозировании остаточного ресурса конструкций. Начальная длина трещины определяет момент её зарождения и условия для дальнейшего развития. Как показано в [5], зная моменты

начала и толщину образования разупрочнения слоя поверхности, можно продлевать выносливость материала путём снятия разупрочнённого слоя. Критическая длина трещины, в свою очередь, является параметром, при достижении которого происходит неустойчивое её распространение, что приводит к разрушению материала [6, 7].

Важным аспектом является соотношение минимальной и максимальной длин трещин. Оно может значительно влиять на механические свойства материалов и их способность сопротивляться разрушению, в том числе для области отрицательных температур [8]. Например, наличие множества мелких трещин может привести к их объединению и образованию одной большой трещины, что значительно снижает прочность материала и ускоряет его разрушение. С другой стороны, наличие одной большой трещины может быть менее опасным, если она не распространяется дальше [9, 10].

Учитывая особенности сварных соединений крупногабаритных конструкций, таких как корпус корабля, максимальные размеры трещин могут быть особенно критичными. Сварные швы, являясь неотъемлемой частью конструкций, могут существенно влиять на направление и размеры критических длин. Это связано с тем, что процесс сварки приводит к изменению механических характеристик материала в зоне сварного шва и зоне термического влияния (ЗТВ), таких как прочность, пластичность и вязкость [3, 11]. Кроме неоднородности свойств материала сварных соединений сварные швы могут служить концентраторами напряжений, что способствует зарождению и развитию трещин вдоль наиболее лёгких траекторий развития (Рис. 1). Кроме того, неоднородность механических свойств в зоне сварного шва может приводить к изменению траектории распространения трещин и их скорости. Это делает необходимым учёт особенностей сварных соединений при оценке остаточного ресурса конструкций.

Опасной является трещина, возникающая по концам непрерывных продольных комингсов палубных люковых вырезов (Рис. 1a). В некоторых случаях трещина распространяется внутрь настила палубы. Причиной этого является недостаточно «мягкое» (плавное) окончание комингса.

Важно подчеркнуть, что трещина, образовавшаяся из-за дефекта монтажного сварочного шва ширстрека и, возможно, из-за обрыва привального бруса, в этом сечении развивалась в направлении точки с максимальными напряжениями на кромке овального выреза (точка «A», рис. 1b). Направление трещины к точке «B» было перекрыто утолщением сварного шва (Рис. 1b). Также стоит обратить внимание на вероятное ухудшение характеристик ЗТВ шва, так как заметно, что траектория трещины придерживается направления шва.

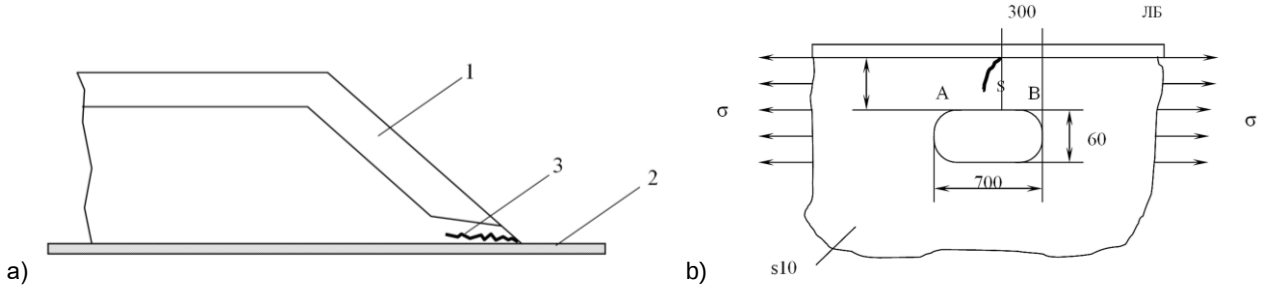



**Рис. 1. Макротрещины, образовавшиеся на концах непрерывных комингсов и развивающиеся вдоль сварного шва (a) и развитие макротрещины вдоль сварного шва в схеме со вставкой (b), где обозначено:**
**1 – комингс; 2 – палуба; 3 – трещина; *σ* – рабочие напряжения; ЛБ – левый борт**

Fig. 1. Macrocracks formed at the ends of continuous coamings and developing along the weld (a) and the development of a macrocrack along the weld in a diagram with an insert (b), where the following is indicated:
1 – coaming; 2 – deck; 3 – crack; σ – working stresses; LB – port side

Таким образом, исследование взаимосвязи начальной и критической длин макротрещин в сталях, используемых в судовых корпусных конструкциях, является актуальной задачей. Целью данного исследования является анализ взаимосвязи начальной и критической длин

макротрещин в феррито-перлитных материалах, а также анализ влияния механических характеристик зон сварных соединений на критическую длину макротрещины. Результаты данного исследования могут быть использованы для оптимизации процессов проектирования и эксплуатации судовых корпусных конструкций, а также для разработки рекомендаций по повышению их надёжности и безопасности.

Актуальной является и задача определения плотности возникающих повреждений или их величины, необходимых для оценки момента начала катастрофического разрушения. Поэтому важным является разработка и совершенствование методов для описания поведения материалов при сложных нагрузках и деформациях, характерных для эксплуатации корабельных конструкций.

## Материалы и методы

В рамках данного исследования были использованы различные марки сталей, широко применяемых в судовых корпусных конструкциях и машиностроении. Выбор материалов обусловлен их механическими свойствами, такими как высокая прочность, пластичность и устойчивость к коррозии. В таблице 1 представлены основные механические характеристики используемых сталей.

Таблица 1 / Table 1

**Характеристики сталей** [12, 13]
Characteristics of steels [12, 13]

| № п/п | Марка стали | $\sigma_в$, МПа | $\sigma_{0,2}$, МПа | m | $\psi_{кр}$ | $\sigma_{-1}^{***}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 22К | 540 | 310 | 0,16 | 0,69 | 220 |
| 2 | Ст3сп | 450 | 270 | 0,16 | 0,71 | 192 |
| 3 | 50 | 680 | 350 | 0,16 | 0,62 | 247 |
| 4 | Ст10 | 320 | 190 | 0,17 | 0,73 | 136 |
| 5 | 37ХН3А | 1014 | 743 | 0,12 | 0,6 | 540 |
| 6 | 15Г | 410 | 245 | $0,148^{**}$ | 0,55 | 190 |
| 7 | 14Г2 | 470 | 340 | 0,13 | 0,69 | 243 |
| 8 | 09Г2 | 450 | 310 | 0,14 | 0,7 | 217 |
| 9 | 30ХГСА | 1750 | 1360 | 0,09 | 0,44 | – |
| 10 | 30ХГСА* | 1470 | 1080 | 0,12 | 0,6 | – |

*Примечание*: * – термическая обработка на другую прочность; ** – расчёт по зависимости (18); *** – получено расчётом на основе экспериментальных данных $K_{1c}$ и модели расчёта [12].

Для анализа взаимосвязи начальной и критической длин макротрещин в феррито-перлитных материалах использовались как экспериментальные, так и теоретические данные. Экспериментальные данные были взяты из научных источников, по аналитическим формулам получали необходимые результаты, которые сравнивались с новыми предлагаемыми нами физическими моделями.

Теоретические расчёты основывались на концепции физической структурно-механической модели, которая позволяет получить аналитические зависимости для порогового и критического коэффициентов интенсивности напряжений (КИН). Эти зависимости используются для оценки начала и развития трещин в материалах.

В исследовании используется метод сечений в теории трещин. Для записи условия равновесия известны все данные, а оно сводится к тому, что усилия, не передающиеся через образованную трещиной несплошность, компенсируются дополнительными усилиями от концентрации напряжений у вершины трещины. Для решения задачи в упругопластической постановке с упрочнением материала используется известная взаимосвязь интенсивности истинных напряжений и напряжений, полученных при решении упругой задачи.

Таким образом, комбинация экспериментальных и теоретических методов позволяет получить комплексное понимание процессов зарождения и развития трещин в феррито-перлитных материалах, а также оценить влияние сварных швов на механические характеристики и размеры трещин.

### Взаимосвязь длин макротрещин на стадии стабильного развития

Согласно концепции структурно-механической модели [12] не очень сложными математическими выкладками можно получить аналитические зависимости для порогового $K_{th}$ [13] и критического $K_{1c}$ коэффициентов интенсивности напряжений и условий плоской деформации в таком виде:

$$K_{th}^2 = \frac{\pi(R_{mce}D)^{1/m+1} \times d_s}{\sigma_{0,2}^{1/m-1}\left(\frac{1}{4}(1-2\mu)^2 + \frac{3}{8}\right)}; \quad (1)$$

$$K_{1c}^2 = \frac{2\pi(R_{mce}D)^{1/m+1} \times 0{,}618 d_g}{\sigma_{0,2}^{1/m-1} q^{1/m+1}}, \quad (2)$$

где $\mathrm{R_{mce}}$ – напряжение микроскола усреднённой величины зерна деформированного материала в области вершины трещины, МПа;

D – коэффициент перенапряжений при трёхосном, сложном напряжённом состоянии (СНС) для вершины трещины;

$\mathrm{d_g}$ – диаметр среднего зерна ферритто-перлитной стали, м;

$\mathrm{d_s}$ – размер структурного элемента деформированного материала, составляющий для первой моды деления в идеализированном случае значение $\mathrm{d_s} = \mathrm{d_g}/2{,}618$, м;

m – коэффициент степенного упрочнения диаграммы деформирования материала при одноосном растяжении;

μ – коэффициент Пуассона;

$\sigma_{0,2}$ – предел текучести на уровне остаточной пластической деформации 0,2%;

q – отношение $\sigma_2/\sigma_1$, которое из условия равновесия упругопластической области вершины трещины выражается как $q = 1 - 2D/\sqrt{3}$.

В соответствии с концепцией критической плотности энергии упругой деформации по Дж. Си [14, 15] для вершины трещины на протяжении всего её развития выполняется условие стабильности роста, обусловленное последовательным повреждением структурных элементов, в которых поочерёдно достигается критическая плотность упругой энергии $(dW/dV)_c$ на единицу объёма материала $V$:

$$\frac{\mathrm{S_{th}}}{r_{th}} = \frac{S_{i+1}}{r_{i+1}} = \cdots = \frac{S_c}{r_c}, \quad (3)$$

где $W$ – энергия деформации;

$\mathrm{S_{th}}$ – коэффициент плотности энергии упругой деформации начальной макротрещины;

$r_{th}$ – пороговый (начальный) шаг макротрещины или граница области, где достигается критическая плотность энергии деформации;

$S_{i+1}$ и $r_{i+1}$ – коэффициент плотности энергии упругой деформации на следующем шаге и величина следующего шага соответственно;

$S_c$ и $r_c$ – критический коэффициент плотности энергии упругой деформации и величина критического скачка макротрещины. Согласно данной концепции и допущению, что можно представить приближённо непрерывной функцию увеличения длины трещины, должно быть справедливо условие:

$$\left(\frac{K_{1c}}{K_{th}}\right)^2 = \frac{L_c}{l_{min}}, \quad (4)$$

где $L_c$, $l_{min}$ – критическая и начальная (минимальная) длины макротрещины. Последнее отношение может характеризовать способность материала сопротивляться развитию макротрещины. Чем отношение $L_c/l_{min}$ больше, тем очевиднее, что стадия развития макротрещины будет занимать более длительное время при всех остальных равных условиях. Найдём это отношение и его взаимосвязь с характеристиками материала; для этого из (1) и (2) получим выражение:

$$\frac{L_c}{l_{min}} = 0{,}636^2 \times \left(2 + \frac{3}{(2\mu - 1)^2}\right) \times \left(\frac{3}{(1+m)(2\mu-1)\sqrt{3}+3}\right)^{\frac{m+1}{m}}. \quad (5)$$

Результаты расчёта по данной зависимости показывают, что отношение длин зависит значительнее от коэффициента степенного упрочнения m, чем от μ. Например, для феррито-перлитных сталей в зависимости от термообработки коэффициент упрочнения находится в диапазоне $m = 0{,}12 - 0{,}2$. При этом $L_c/l_{min}$ в процентном отношении на границах диапазона $m = 0{,}12$ и $m = 0{,}2$ примерно одинаково изменяется от $\mu$. На рисунке 2 показан график изменения $L_c/l_{min} = F(m)$ для указанного диапазона.

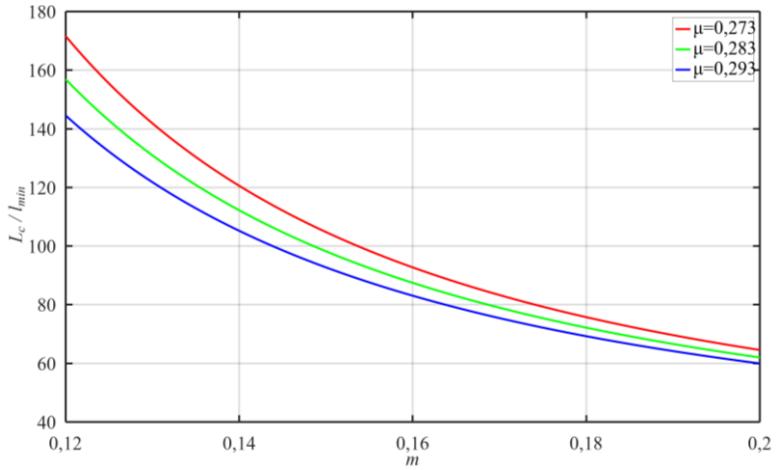



**Рис. 2. Изменение отношения $L_c/l_{min}$ в зависимости от коэффициента степенного упрочнения для различных значений коэффициента Пуассона**

Fig. 2. Change in the ratio $L_c/l_{min}$ depending on the coefficient of power hardening for different values of Poisson's ratios

## Взаимосвязь стадий разрушения в контексте образования и развития макротрещины

Принимая правомерность концепции критической плотности энергии по Дж. Си для микротрещины, допускаем, что образование макротрещины не происходит мгновенно, и трещина развивается постепенно, преодолевая каждый структурный элемент и границы зёрен. В целях упрощения можно допустить, что длина микротрещины увеличивается непрерывно, а не скачками. Структурный элемент для феррито-перлитных сталей в 2,618 раза меньше, чем $d_g$. Дополнительно известно, что в исходном материале имеются микротрещины длиной $l_0$, которые не влияют на предел выносливости, в том числе симметричного цикла $\sigma_{-1}$. С учётом этого можно выделить три узловых значения длины трещины: 1) длина трещины, не влияющая на предел выносливости; 2) минимальная длина макротрещины; 3) критическая длина трещины. Критическая длина трещины легко выражается для симметричного цикла из зависимости Гриффитса, однако для этого должны быть известны критический коэффициент интенсивности напряжений и предел выносливости для соответствующей асимметрии цикла $r = \sigma_{min}/\sigma_{max}$, где $\sigma_{min}$ и $\sigma_{max}$ – минимальное и максимальное напряжения цикла. Зависимость (5) также не позволяет это рассчитать при неизвестной величине $l_{min}$. Требуется найти взаимосвязь $l_{min}/l_0$, где $l_{min}$ разграничивает первую и вторую стадии разрушения, а $l_0$ может быть определена по известной формуле:

$$l_0 = (0{,}03 \dots 0{,}1) \times \left(K_{th}/\sigma_{0,2}\right)^2 = k_g \times \left(K_{th}/\sigma_{0,2}\right)^2, \quad (6)$$

где $0{,}03$ и $0{,}1$ – коэффициенты при принятии гипотез Хубера-Мизеса и Сен-Венана-Треска соответственно.

Для неповреждённого и повреждённого материала с длиной трещины $l_{min}$ предел выносливости можно найти, используя зависимость, применяемую в [13], в которой, соответственно, должны быть подставлены значения $l_0$ и $l_{min}$. В результате получаем формулу:

$$l_{min} = \frac{(9K_{th} - 5 \times \Delta K_{th08})^2}{32\pi\left(M \times \sigma_{0,2}\right)^2}, \quad (7)$$

где M – коэффициент поправки на форму трещины, для поверхностных трещин он составляет 0,9;

$\Delta K_{th08}$ – размах порогового КИН при асимметрии цикла $r = 0{,}8$, которая находится как $\Delta K_{th08} = 3 - 8 \cdot 10^{-4}\sigma_{0,2}$;

$K_{th}$ – пороговый КИН при $r = 0$.

Для вычисления $K_{th}$ можно было бы воспользоваться формулой (1), однако для большого количества исходных материалов в справочниках отсутствует значение $d_s$, так как оно не является стандартной механической характеристикой. В таком случае для получения расчёта по формуле (7) во взаимосвязи со стандартными механическими характеристиками стали воспользуемся корреляцией $K_{th}$ от $\sigma_в$, показавшей хороший результат по точности описания экспериментальных данных сталей [12]:

$$K_{th} = 14{,}92 - 0{,}974 \times \frac{\sigma_в}{100}, \quad (8)$$

где $\sigma_B$ – условный предел прочности материала.

Частное от $L_c/l_{min}$ и $l_{min}/l_0$, если известно, что первое выражается через (5), будет составлять:

$$k_s = \frac{0{,}636^2 \cdot 32\pi M^2 k_g {K_{th}}^2}{(9K_{th} - 5 \times \Delta K_{th08})^2}\left(2 + \frac{3}{(2\mu - 1)^2}\right)\left(\frac{3}{(1+m)(2\mu-1)\sqrt{3}+3}\right)^{\frac{m+1}{m}}, \quad (9)$$

где $K_{th}$ вычисляется по (8). Первый сомножитель напрямую независим от предела текучести, а зависит в основном от пороговых коэффициентов интенсивности напряжений и коэффициента гипотез для минимального размера микротрещины, которая ещё не влияет на предел выносливости. Он непосредственно не зависит от коэффициентов упрочнения и Пуассона, но в большей степени отвечает за структуру стали, степень способности образования в структуре трещины или сопротивления образованию макротрещины.

Известно, что для сталей, испытанных на воздухе, эта способность является превалирующей долей в общем ресурсе материала при усталости на уровне предела выносливости. Эта доля составляет примерно 80%. Остальные два сомножителя зависят только от коэффициента Пуассона и показателя упрочнения материала, они описывают способность стали сопротивляться распространению макротрещины после её образования. Заметим, что здесь коэффициент упрочнения в процессе наработки материала может измениться, а это означает, что наработка материала может повлиять на величину критической трещины как положительно, так и отрицательно – приблизить момент ускоренного катастрофического распространения трещины. Упрочнение или разупрочнение поверхностных слоёв материала под действием циклической нагрузки, как известно из [5], может с течением процесса усталости двояко влиять на соотношение стадий развития разрушения.

### Зависимости для расчёта предела выносливости

Для расчёта предела выносливости сталей исследователями за всё время было предложено множество различных формул. Как правило, они носят эмпирический характер и служат

для приближённого вычисления значения $\sigma_{-1}$ по известным механическим характеристикам стали. В работе [5] представлены некоторые из них:

$$\begin{gathered}\sigma_{-1} = 0{,}3S_{\text{отр}} - 1;\\ \sigma_{-1} = 0{,}25\sigma_{\text{в}}\left(1 + 1{,}35\psi_{\text{кр}}\right);\\ \sigma_{-1} = 0{,}47\sigma_{\text{в}};\\ \sigma_{-1} = 0{,}285\left(\sigma_{\text{в}} + \sigma_{0{,}2}\right),\end{gathered} \tag{10}$$

где $\psi_{\text{кр}}$ – относительное поперечное сужение образца после разрыва;

$S_{\text{отр}}$ – истинные напряжения отрыва при одноосном растяжении образца после разрыва:

$$\mathrm{S}_{\text{отр}} = \sigma_{\text{в}}\left(1 + 1{,}4\psi_{\text{кр}}\right). \tag{11}$$

Расчёты $\sigma_{-1}$ по формулам (10) для сталей, представленных в таблице 1, дают существенную ошибку, изредка превышающую даже 20%. При такой погрешности длина критической трещины может быть оценена весьма приближённо. Поэтому применение таких оценочных формул в настоящее время не является актуальным. Для целей вычисления и сравнения величин критических трещин для различных сталей будем использовать результаты [12] и предложим новую зависимость, которую получим на основе концепции метода сечений в теории трещин.

Применяя концепцию метода сечений в теории трещин, найдём аналитическую зависимость для предела выносливости. Для этого проведём сечение в плоскости трещины так, чтобы фронт трещины лежал на этой плоскости. Дополнительно условимся, что фронты трещины прямолинейны и перпендикулярны плоскости поверхности пластины. Тогда внутренняя поверхность трещины должна представлять прямоугольник, одна сторона которого равна единице, а вторая – равна $2l$ (Рис. 3a). Через неё не передаётся внешнее усилие. Это усилие должно компенсироваться повышением напряжений на фронтах трещины. Такое повышение напряжений стремится привести систему к наиболее энергетически выгодному состоянию равновесия, которое характеризуется увеличением внутренних сил на фронтах трещины. В таком случае можно составить условие равновесия внутренних и внешних сил в сечении.

Можно составить условия равновесия непередаваемых сил через сечение трещины $1 \times 2\mathrm{l}$ и возмущённых усилий в окрестности вершины трещины, действующих в сечении. При этом учтём асимптотическое выражение для напряжений в полярной системе координат [16] и положим, что $\mathrm{K}_2 = \mathrm{K}_3 = 0$. Тогда искомая компонента $\sigma_{\text{yy}}$ (Рис. 3b) может быть рассчитана по формуле:

$$\sigma_{yy} = \frac{K_1}{\sqrt{2\pi r}}\cos\frac{\theta}{2}\left(1 + \sin\frac{\theta}{2}\sin\frac{3\theta}{2}\right), \tag{12}$$

где $\mathrm{K}_1, \mathrm{K}_2, \mathrm{K}_3$ – коэффициенты интенсивности напряжений нормального отрыва, поперечного и продольного сдвигов соответственно;

$\theta$ – угол радиуса-вектора в полярной системе координат. В принятой схеме расчёта сечение, проходящее через трещину, образует угол $\theta = 0$ с плоскостью XOZ. В этом случае (12) преобразуется к $\sigma_{\text{yy}} = \mathrm{K}_1/\sqrt{2\pi\mathrm{r}}$, а дополнительные усилия, возникающие в сечении окрестности вершины трещины, будут вычисляться как

$$\int_0^a \sigma_{yy}dr, \tag{13}$$

где граница $a$ должна определяться из условия, что размер $a$ находится при равенстве $\sigma_{\text{yy}} = \sigma_{\text{н}}$. Здесь $\sigma_{\text{н}} \approx \sigma$ – интенсивность внешнего поля напряжений, которая при размерах пластины, много превышающей $\mathrm{l_c}$, и при $\sigma \leq \sigma_{0{,}2}$ практически равна номинальным напряжениям $\sigma_{\text{н}}$.

Асимптотическая зависимость для выражения границы $a$ в виде $a = \mathrm{K}_1^2/(2\sigma_{\text{н}}^2\pi)$ позволяет найти границу при равенстве $\sigma_{\text{н}} = \sigma$. Однако здесь примем $\sigma_{\text{н}} = \sigma_{0{,}2}$, тогда приграничная

область вершины трещины будет находиться в упругом состоянии за вычетом напряжений начала текучести материала $\sigma_{0,2}$ при одноосном напряжённом состоянии, рассчитываемого как при трёхосном СНС. Таким образом, можно выделить упругую энергию возле вершины трещины за вычетом шарового тензора напряжений, соответствующую моменту, когда первая компонента станет равной напряжениям отрыва $\sigma_1 = S_{отр}$. Для расчёта $S_{отр}$ используются известные формулы для конструкционных сталей (11).

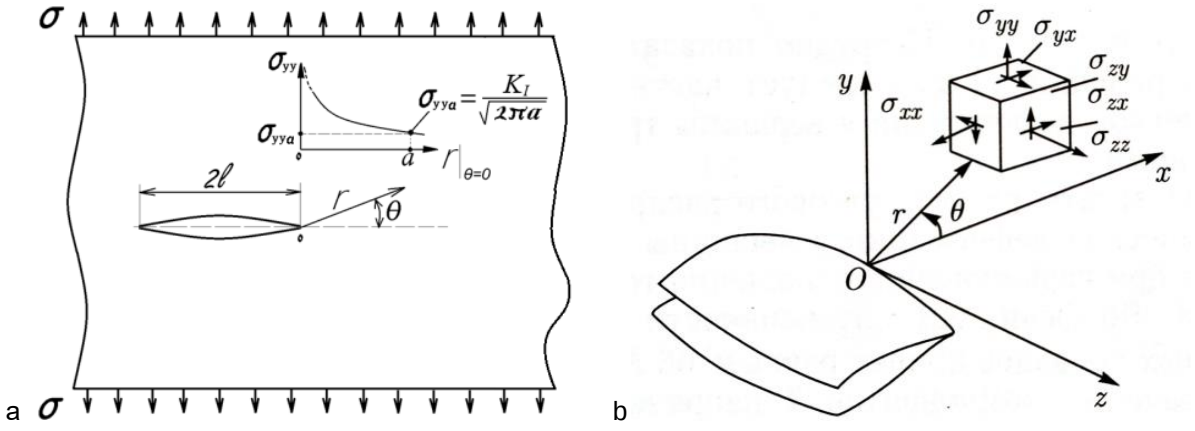



**Рис. 3. Схема нагружения пластины с трещиной (a), окрестность вершины трещины с проходящим сечением (штриховая линия), радиусом-вектором r и зоной пластичности a и система координат с обозначениями компонент (b)**

Fig. 3. Loading diagram of a plate with a crack (a), the vicinity of the crack tip with a passing section (dashed line), radius vector r and plasticity zone a and a coordinate system with component designations (b)

Для записи условия равновесия известны все данные. При этом условие сводится к тому, что усилия, не передающиеся через образованную трещиной несплошность, компенсируются дополнительными усилиями от концентрации напряжений у вершины трещины. Для решения задачи в упругопластической постановке с упрочнением материала необходимо использовать известную взаимосвязь интенсивности истинных напряжений $\sigma_i$ и напряжений, полученных при решении упругой задачи $\sigma_i = \sigma_{0,2}^{(1-m)/(1+m)} \cdot \sigma_{yy}^{2m/(m+1)}$. По своей сути $\sigma_i$ будут представлять упругое значение напряжений в сечении для материала, находящегося далеко за упругим состоянием. Используя эту взаимосвязь и допуская некоторую погрешность в расчётах, полагаем, что размер пластической зоны a в сечении определяется значениями интенсивности напряжений $\sigma_i = \sigma_{0,2}$. Тогда условие равновесия усилий можно записать как

$$1 \times 2l \cdot \sigma_н = 1 \times 2 \times \int_0^a \sigma_i dr. \quad (14)$$

Если допустить, что СНС при плоской деформации в вершине трещины не изменяет интегрального усилия в рассчитываемом направлении, то можно получить взаимосвязь $K_{1c}$ со всеми механическими характеристиками, от которых зависит m. Получение такой зависимости возможно для двух случаев упрочнения материала: линейного и степенного. Для одного из них получаем взаимосвязь $K_{1c}$ с m в общем виде:

$$K_{1c} = \sigma_н^{\left(\frac{m+3}{2m+2}\right)} \sigma_{0,2}^{\left(\frac{m^2-1}{2}\right)} \times \frac{2\mu - 1 - \sqrt{D}}{\sqrt{2m+2}(2\mu - 1)} \sqrt{\pi l}, \quad (15)$$

или при $\sigma_{0,2} = \sigma_н$ и $\mu = 0{,}3$:

$$K_{1c} = k \frac{\sqrt{\pi l}\sigma_{0,2}}{\sqrt{m+1}}, \quad (16)$$

где k – постоянный коэффициент, который можно подобрать наилучшим образом для согласования $K_{1c}$ с экспериментом;

$D$ – коэффициент, тот же, что и в формуле (2), зависящий только от $m$ и $\mu$ следующим образом: $D = (1 + m)(1 - 2\mu)/2$. Поделим (16) на $\sqrt{\pi l}$ и находим, что отношение $\sigma_{-1}/\sigma_{0,2}$ при численно подобранном коэффициенте $k$ с учётом экспериментальных данных для рассматриваемых сталей будет получено в виде:

$$\sigma_{-1}/\sigma_{0,2} = 0{,}769\frac{1}{\sqrt{m+1}}, \tag{17}$$

где $m$, по сути, является комплексной механической характеристикой, это видно из расчётной формулы для конструкционных сталей:

$$m = \frac{0{,}75 \cdot lg\left(\frac{\sigma_в(1 + 1{,}4\ \psi_{кр})}{\sigma_{0,2}}\right)}{lg\left(10^5 \cdot ln\left(\frac{1}{1 - \psi_{кр}}\right)/(200 + 0{,}5\sigma_{0,2})\right)}, \tag{18}$$

где $\sigma_{0,2}$ – условный предел текучести.

По полученным числовым значениям на базе экспериментальных данных для выбранных сталей (см. Табл. 1) была выполнена аппроксимация по линейному закону отношения $\sigma_{-1}/\sigma_{0,2}$ от $m$ (Рис. 4). Анализ показал, что аналитическая зависимость (17) имеет схожий наклон, а относительная погрешность между аппроксимацией экспериментальных данных и этой зависимостью колеблется от значения $m$ на уровне 0,5–1,5% по расчёту $\sigma_{-1}/\sigma_{0,2}$ и 2–5% – по расчёту $\sigma_{-1}$. Точки значений $\sigma_{-1}/\sigma_{0,2}$ были найдены расчётным путём по известным прямым экспериментальным данным (см. Табл. 1).

Таким образом, в целом обобщённая аналитически полученная зависимость (17) показала удовлетворительное согласование с законом изменения $\sigma_{-1}$ от $m$. Длина критической трещины по основному уравнению Гриффитса будет давать более точный результат, так как первая содержится под корнем.

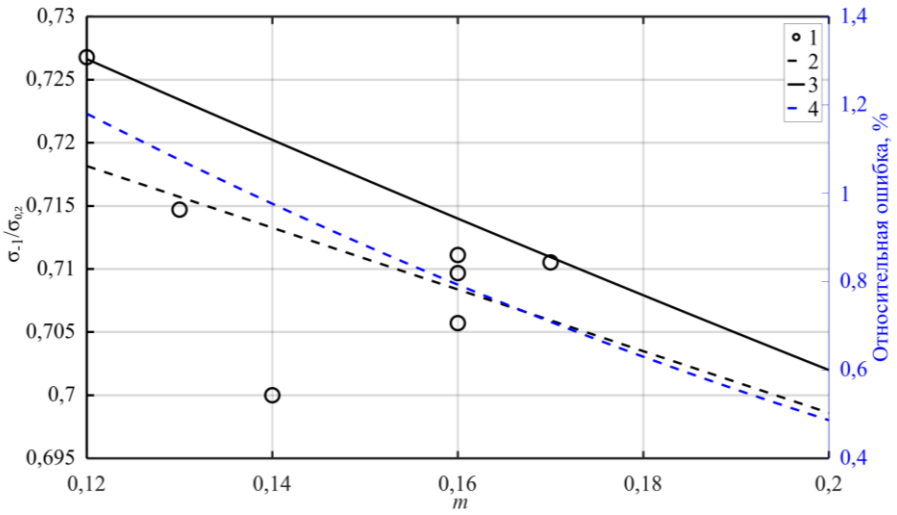



**Рис. 4. Взаимосвязь $\sigma_{-1}/\sigma_{0,2}$ с m феррито-перлитных материалов в состоянии поставки:**
**1 – значения, вычисленные на базе экспериментальных данных;**
**2 – аппроксимационная функция по экспериментальным значениям;**
**3 – зависимость, полученная аналитически (17); 4 – относительная ошибка между аппроксимационной функцией и аналитической зависимостью**

Fig. 4. Relationship between $\sigma_{-1}/\sigma_{0,2}$ and m of as-received ferrite-pearlite materials:
1 – values calculated based on experimental data; 2 – approximation function based on experimental values;
3 – dependence obtained analytically (17); 4 – relative error between the approximation function and the analytical dependence

На рисунке 5 представлены расчёты критической длины трещины для различных сталей и по разным оценкам, основанным на двух принципиальных подходах. Расчётная оценка по двум различным подходам показывает хорошее согласование со значениями, полученными с использованием экспериментальных данных.

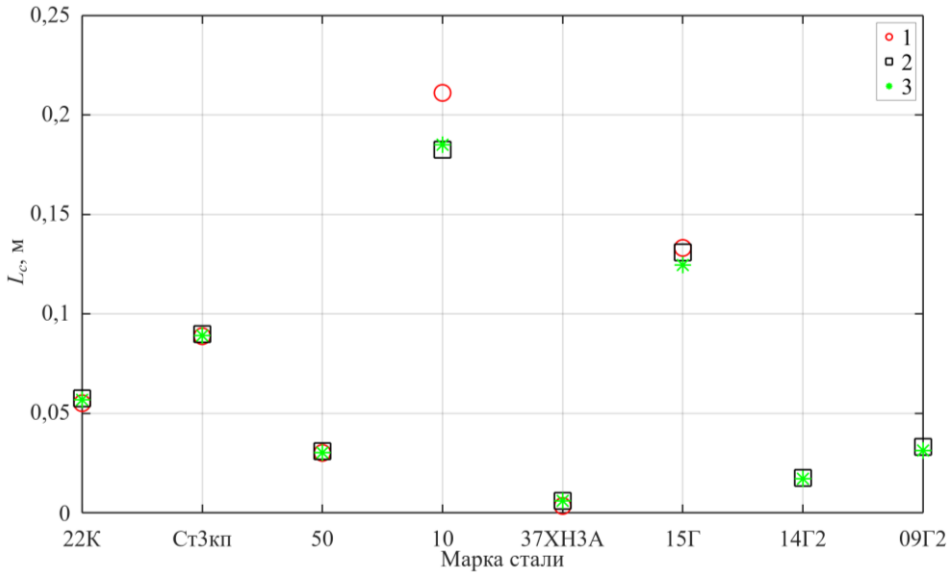



**Рис. 5. Сопоставление критических длин макротрещин для рада сталей, вычисленных по: 1 – формулам (5), (6), (7) и (8); 2 – экспериментальным данным; 3 – аналитической зависимости**

Fig. 5. Comparison of critical lengths of macrocracks for a range of steels calculated using: 1 – formulas (5), (6), (7) and (8); 2 – experimental data; 3 – analytical dependence

## Анализ результатов

Детальный анализ взаимосвязи начальной $l_{min}$ и критической $L_c$ длин макротрещин в феррито-перлитных сталях, используемых в конструкциях корпуса судов, показывает, что вполне возможно оценивать влияние ключевых механических характеристик на кинетику разрушения. Это видно из полученной зависимости отношения $L_c/l_{min}$, коэффициентов упрочнения (m) и Пуассона (μ). На рисунке 2 представлен график изменения отношения $L_c/l_{min}$ в зависимости от коэффициента степенного упрочнения (m) для различных значений коэффициента Пуассона ($\mu = 0{,}273;\ 0{,}283;\ 0{,}293$). Нетрудно убедиться, что с увеличением m отношение $L_c/l_{min}$ монотонно уменьшается, что свидетельствует о снижении способности материала сопротивляться развитию макротрещин. Это объясняется тем, что более высокий m соответствует материалам с меньшей пластичностью, а это ускоряет переход от стабильного роста трещины к катастрофическому разрушению. При этом влияние μ менее выражено: изменение μ в диапазоне $(0{,}273 - 0{,}293)$ приводит к незначительному смещению кривых, что подтверждает доминирующую роль m в определении соотношения длин трещин.

На рисунке 4 представлена зависимость отношения $\sigma_{-1}/\sigma_{0,2}$ от m, а также сравнение экспериментальных данных с аналитической зависимостью (17). График демонстрирует обратную пропорциональность между $\sigma_{-1}/\sigma_{0,2}$ и $m$: с ростом $m$ предел выносливости снижается, что связано с уменьшением способности материала сопротивляться циклическим нагрузкам.

Сравнение экспериментальных точек с аппроксимационной кривой и аналитической зависимостью показывает хорошую сходимость (относительная погрешность не превышает 1–5%). Это подтверждает корректность предложенной модели.

Результаты расчётов по различным методикам критических длин трещин для различных сталей показаны на рисунке 5, где представлены расчётные и экспериментальные значения критической длины трещин для различных марок сталей. Сравнение показывает, что пред

ложенные аналитические зависимости (5)–(8) обеспечивают высокую точность прогнозирования $L_c$, что подтверждается хорошей сходимостью с экспериментальными данными.

Таким образом, коэффициент упрочнения (m) является определяющим параметром, влияющим на соотношение $L_c/l_{min}$ и предел выносливости $\sigma_{-1}$; а коэффициент Пуассона (μ) оказывает меньшее влияние на динамику разрушения, но его учёт необходим для точных расчётов длины критической трещины. При длинных макротрещинах величина значения μ начинает существеннее влиять на критический размер макротрещины.

Необходимо также отметить важную особенность кинетики разрушения сталей с высоким пределом прочности ($\sigma_в$) и низким коэффициентом упрочнения (m): критическая длина трещин для них оказывается меньше, что требует более строгого контроля дефектов в таких материалах.

## Заключение

На основе структурно-механической модели и концепции критической плотности энергии деформации выведены аналитические зависимости для порогового ($K_{th}$) и критического ($K_{1c}$) коэффициентов интенсивности напряжений (КИН). Показано, что соотношение $(K_{1c}/K_{th})^2$ пропорционально отношению критической ($L_c$) и начальной ($l_{min}$) длин трещин, что позволяет оценивать стабильность их роста. Анализ зависимости $L_c/l_{min} = f(m, \mu)$ демонстрирует значительное влияние коэффициента степенного упрочнения (m) и коэффициента Пуассона (μ) на динамику разрушения: увеличение m снижает отношение $L_c/l_{min}$, ускоряя переход к неустойчивому распространению трещин.

Предложена новая аналитическая формула для расчёта предела выносливости, учитывающая жёсткость напряжённого состояния возле вершины трещины и, соответственно, упрочнение материала. Предложенные аналитические зависимости позволяют прогнозировать критическую длину трещин с высокой точностью, что важно для оптимизации проектирования судовых конструкций.

Результаты исследования могут быть использованы для разработки рекомендаций по контролю дефектов и повышению надёжности сварных соединений в судовых корпусных конструкциях.

ВКЛАД АВТОРОВ | CONTRIBUTION OF THE AUTHORS

К.А. Молоков – формирование основной концепции, цели и задачи исследования, проведение расчётов, начальная версия основного текста, формулирование выводов; В.В. Новиков – научное руководство, анализ результатов исследований, доработка выводов и основного текста; А.В. Тювеев – анализ результатов, проверка математических моделей, доработка текста и списка источников. Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

K.A. Molokov – formation of the main concept, goals and objectives of the study, calculations, initial version of the main text, formulation of conclusions; V.V. Novikov – scientific supervision, analysis of research results, revision of conclusions and main text; A.V. Tyuveyev – analysis of results, verification of mathematical models, revision of the text and list of sources. All authors reviewed the results and approved the final version of the manuscript.

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ | DISCLOSURE

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.
The authors declare no conflict of interest.

## СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Frost N.E., Pook L.P., Denton K. A fracture mechanics analysis of fatigue crack growth data for various materials // Engineering Fracture Mechanics. 1971. Vol. 3. Iss. 2. P. 109–126. DOI: https://doi.org/10.1016/0013-7944(71)90003-8
2. DNV GL CG-0129-2015 Fatigue assessment of ship structures. Edition October 2015. 236 p.
3. Balaguru V., Balasubramanian V., Shivkumar P. Tensile properties of shielded metal arc welded ultrahigh hard armour steel joints // World Journal of Advanced Engineering Technology and Sciences. 2020. № 1. P. 071–084. DOI: https://doi.org/10.30574/wjaets.2020.1.2.0029

4. Леденёв В.В., Скрылёв В.И. Аварии, разрушения и повреждения. Причины, последствия и предупреждения: монография. Тамбов: Изд-во ТГТУ, 2017. 440 с.
5. Беляев В.И. Исследование процесса усталости металлов. Минск: Издательство Министерства высш., сред. и проф. образования БССР, 1962. 109 с.
6. Ирвин Дж., Парис П. Основы теории роста трещин и разрушения // Разрушение. М.: Мир, 1976. Т. 3. С. 17–66.
7. Mikkola E., Murakami Y., Marquis G. Fatigue life assessment of welded joints by the equivalent crack length method // Procedia Materials Science. 2014. № 3. P. 1822–1827.
8. Корнев В.М. Распространение усталостных трещин и разрушение стальных конструкций при температурах ниже порога хладноломкости // Полярная механика: Третья международная научная конференция. Владивосток: ДВФУ, 2016. С. 707–716.
9. Сюй Т., Ван В., Цзян Х. и др. Исследование механизма распространения микротрещин в ферритно-перлитной стали газопровода с пластинчатой структурой // Sci Rep. 2022. № 12. Арт. 18642. DOI: https://doi.org/10.1038/s41598-022-23405-4
10. Molokov K.A., Domashevskaia Y. Estimation of endurance limits of welded joints by the criterion of non-propagating cracks // International Conference on Industrial Engineering. Procedia Engineering. 2017. P. 479–486.
11. Молоков К.А., Новиков В.В., Васильченко Н.П. Оценка выносливости элементов конструкций с микротрещинами и остаточными сварочными напряжениями // Вестник Инженерной школы Дальневосточного федерального университета. 2018. № 3(36). С. 22–36. DOI: https://doi.org/10.5281/zenodo.1408222
12. Матохин Г.В., Горбачёв К.П. Инженеру о сопротивлении материалов разрушению: монография. Владивосток: Дальнаука, 2010. 281 с.
13. Молоков К.А. Оценка повреждённости феррито-перлитных сталей в условиях малоциклового нагружения // Сб. тр. конф. «Наука. Инновации. Техника и технологии: проблемы, достижения и перспективы». Комсомольск-на-Амуре: КнАГТУ, 2015. С. 126–129.
14. Броек Д. Основы механики разрушения. М.: Высшая школа, 1980. 368 с.
15. Иванова В.С., Шанявский А.А. Количественная фрактография. Усталостное разрушение. Челябинск: Металлургия, 1988. 400 с.
16. Матвиенко Ю.Г. Двухпараметрическая механика разрушения. М.: Физико-математическая литература, 2021. 210 с. EDN: LTCQCJ

REFERENCES

1. Frost N.E., Pook L.P., Denton K. A fracture mechanics analysis of fatigue crack growth data for various materials. *Engineering Fracture Mechanics*, 1971, vol. 3, iss. 2, pp. 109–126. DOI: https://doi.org/10.1016/0013-7944(71)90003-8
2. DNV GL CG-0129-2015 Fatigue assessment of ship structures. Edition October 2015. 236 p.
3. Balaguru V., Balasubramanian V., Shivkumar P. Tensile properties of shielded metal arc welded ultrahigh hard armor steel joints. *World Journal of Advanced Engineering Technology and Sciences*, 2020, no. 1, pp. 071–084. DOI: https://doi.org/10.30574/wjaets.2020.1.2.0029
4. Ledenev V.V., Skrylev V.I. Accidents, failures, and damage. Causes, consequences, and preventions: monograph. Tambov: Publishing House of TSTU, 2017. 440 p. (In Russ.).
5. Belyaev V.I. Study of the metal fatigue process. Minsk: Publishing House of the Ministry of Higher, Secondary, and Vocational Education of the BSSR, 1962. 109 p. (In Russ.).
6. Irwin J., Paris P. Fundamentals of the theory of crack growth and fracture. *Destruction*. Moscow, Mir, 1976. Vol. 3. P. 17–66. (In Russ.).
7. Mikkola E., Murakami Y., Marquis G. Fatigue life assessment of welded joints by the equivalent crack length method. *Procedia Materials Science*, 2014, no. 3, pp. 1822–1827.
8. Kornev V.M. Fatigue crack propagation and fracture of steel structures at temperatures below the cold brittleness threshold. *Polar Mechanics: Third International Scientific Conference*. Vladivostok: FEFU, 2016. P. 707–716. (In Russ.).
9. Xu T., Wang W., Jiang H., et al. Study of the microcrack propagation mechanism in ferritic-pearlite gas pipeline steel with a lamellar structure. *Sci Rep*, 2022, no. 12, art. 18642. (In Russ.). DOI: https://doi.org/10.1038/s41598-022-23405-4
10. Molokov K.A., Domashevskaia Y. Estimation of endurance limits of welded joints by the criterion of non-propagating cracks. *International Conference on Industrial Engineering, Procedia Engineering*, 2017, pp. 479–486.

11. Molokov K.A., Novikov V.V., Vasilchenko N.P. Fatigue assessment of structural elements with microcracks and residual welding stresses. *FEFU: School of Engineering Bulletin*, 2018, no. 3(36), pp. 22–36. (In Russ.). DOI: https://doi.org/10.5281/zenodo.1408222
12. Matokhin G.V., Gorbachev K.P. To the engineer on the resistance of materials to fracture: monograph. Vladivostok: Dal'nauka, 2010. 281 p. (In Russ.).
13. Molokov K.A. Damage assessment of ferrite-pearlite steels under low-cycle loading. *Collection of Proceedings of the Conference "Science. Innovations. Engineering and Technology: Problems, Achievements and Prospects"*. Komsomolsk-on-Amur, KnAGTU, 2015. P. 126–129. (In Russ.).
14. Brök D. Fundamentals of fracture mechanics. Moscow: Vysshaya shkola, 1980. 368 p. (In Russ.).
15. Ivanova V.S., Shanyavsky A.A. Quantitative fractography. Fatigue failure. Chelyabinsk: Metallurgy, 1988. 400 p. (In Russ.).
16. Matvienko Yu.G. Two-parameter fracture mechanics. Moscow, Publishing firm "Physical and Mathematical Literature", 2021. 210 p. (In Russ.).

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ | INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

**Молоков Константин Александрович** – кандидат технических наук, доцент Департамента промышленной безопасности, Политехнический институт, Дальневосточный федеральный университет (Владивосток, Российская Федерация); доцент кафедры информационных технологий и систем, Владивостокский государственный университет (Владивосток, Российская Федерация),

✉ spektrum011277@gmail.com; https://orcid.org/0000-0002-9764-9329; ScopusID: 57197836777;

**Konstantin A. Molokov**, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Department of Industrial Safety, Polytechnic Institute, Far Eastern Federal University (Vladivostok, Russian Federation); Associate Professor of the Department of Information Technologies and Systems, Vladivostok State University (Vladivostok, Russian Federation).

**Новиков Валерий Васильевич** – кандидат технических наук, доцент Департамента морской техники и транспорта, Политехнический институт, Дальневосточный федеральный университет (Владивосток, Российская Федерация),

✉ leka230243@ gmail.com; SPIN-код: 7257–7822; Scopus ID: 5641710410

**Valeriy V. Novikov**, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Marine Engineering and Transport, Polytechnic Institute, Far Eastern Federal University (Vladivostok, Russian Federation).

**Тювеев Антон Викторович** – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры информационных технологий и систем, Владивостокский государственный университет (Владивосток, Российская Федерация),

✉ tyuveev.av@vvsu.ru; SPIN-код: 1352-4946

**Anton V. Tyuveev**, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor of the Department of Information Technologies and Systems, Vladivostok State University (Vladivostok, Russian Federation).

Статья поступила в редакцию / Received: 16.10.2025.
Доработана после рецензирования / Revised: 15.02.2026.
Принята к публикации / Accepted: 17.03.2026.