Данная топология превращает $H^s_{loc}(\Omega)$ в полное топологическое векторное пространство. Функции из пространства $H^s_{loc}(\Omega)$ вне любой окрестности вершины сектора устроены так же, как и функции из H^s, а в самой вершине могут иметь произвольную особенность.

Введем преобразование

$$\Pi_\Phi:\ f(r,\varphi)\mapsto(\Pi_\Phi f)(r,\varphi)=f(r,2\pi\varphi/\Phi),$$

являющееся указанной выше заменой угловой переменной (подразумевается, что G' отождествляется с областью G'' при этом преобразовании). При этом область Ω преобразуется в ограниченную область $\Pi_\Phi\Omega=\Omega_\Pi$ с гладкой границей $\Pi_\Phi G=G_\Pi$. Обозначим через $C^\infty_\Pi(\overline{\Omega})$ такое множество функций, что $\Pi_\Phi C^\infty_\Pi(\overline{\Omega})=C^\infty(\overline{\Omega_\Pi})$. Введем теперь пространство $H^s_\Pi(\Omega)$ как подпространство пространства $H^s(\Omega)$, получаемое замыканием линеала $C^\infty_\Pi(\overline{\Omega})$ по норме пространства $H^s(\Omega)$:

$$\|f\|_{H^s_\Pi(\Omega)}=\sqrt{\sum\int_\Omega\left|D^l_xD^m_yf\right|^2d\Omega}=\sqrt{\sum\left\|D^l_xD^m_yf\right\|^2_{L_2(\Omega)}},$$

где частные производные $D^l_x=\partial^l/\partial x^l$, $D^m_y=\partial^m/\partial x^m$ и суммирование осуществляется по всем целым неотрицательным *l*, *m* таким, что $l+m\le s$. По сути, пространство $H^s_\Pi(\Omega)$ состоит из функций пространства $H^s(\Omega)$, удовлетворяющих в соответствующем смысле условию периодичности Π. Это означает совпадение на G' и G'' следов самой функции и всех ее производных, включая дробные (тех, которые существуют у функции из $H^s(\Omega)$ на границе в зависимости от величины *s*). Например, при $s=0$ никаких следов не существует, поэтому никакого условия Π_Φ в таком случае рассматривать не следует.

Обозначим через $H^s_{\Pi,loc}(\Omega\setminus O)$ пространство, состоящее из функций *f* таких, что при любом $R\in(0,R_o)$ функция $(1-\chi_R)f$ будет принадлежать пространству $H^s_\Pi(\Omega)$.

Определим теперь пространство $H^s_{\Pi,\Delta}(\Omega)$ как пополнение (в терминологии [6] – обобщенное замыкание) линеала $C^\infty_\Pi(\overline{\Omega})$ в $L_2(\Omega)$ по норме

$$\|f\|_{H^s_{\Pi,\Delta}(\Omega)}=\sqrt{\sum_{l=0}^{s/2}\left\|\Delta^lf\right\|^2_{L_2(\Omega)}}\tag{5}$$

при четных $s\ge0$ и

$$\|f\|_{H^s_{\Pi,\Delta}(\Omega)}=\sqrt{\|f\|^2_{H^{s-1}_{\Pi,\Delta}(\Omega)}+\left\|D_x\Delta^{(s-1)/2}f\right\|^2_{L_2(\Omega)}+\left\|D_y\Delta^{(s-1)/2}f\right\|^2_{L_2(\Omega)}}\tag{6}$$

при нечетных *s*.

$H^s_{\Pi,\Delta}$ является гильбертовым пространством, непрерывно вложенным в $L_2(\Omega)$. В соответствии с разработанной в [3] техникой можно отождествить $H^s_\Pi(\Omega)$ с подпространством пространства $H^s_{\Pi,\Delta}(\Omega)$, т. е. $H^s_\Pi(\Omega)\subset H^s_{\Pi,\Delta}(\Omega)$.

Множество функций $\overset{\circ}{C}{}^\infty_\nu(0,R)$ определяется как множество всех функций *f*, допускающих представление $f=\mathcal{P}_\nu g$, в котором $g\in\overset{\circ}{C}{}^\infty[0,R)$, т.е. в других обозначениях $\overset{\circ}{C}{}^\infty_\nu(0,R)=\mathcal{P}_\nu\overset{\circ}{C}{}^\infty[0,R)$. Оператор преобразования $\mathcal{P}_\nu$ имеет вид