

**Угрозы безопасности информации на основе решения системы
дифференциальных уравнений хищник – жертва**

Унковский Богдан Дмитриевич,
бакалавр,

Трегубов Кирилл Дмитриевич,
бакалавр,

Клочкова Ольга Ивановна

канд. физ-мат. наук, доцент кафедры математики и моделирования
Владивостокский государственный университет Россия. Владивосток

E-mail: unkovskij10@bk.ru; тел.: +79084525023

E-mail: vvsu2021@gmail.com; тел.: +79147056275

ул. Гоголя, 41, г. Владивосток, Приморский край, Россия, 690014

Анализ защиты информации на основе известного в биологии математического аппарата «хищник – жертва» с помощью пакета компьютерных программ RStudio позволяет сделать вывод о приоритете параметров, отвечающих за качество защиты информации, при определении устойчивых точек фазового портрета

Ключевые слова и словосочетания: защита информации, модель «хищник – жертва», фазовый портрет

Threats to information security based on solving a system of predator–prey differential equations.

The analysis of information protection based on the well-known mathematical apparatus "predator - prey" in biology using the RStudio software package allows us to conclude about the priority of parameters responsible for the quality of information protection when determining stable points of the phase portrait

Keywords: information protection, predator–prey model, phase portrait

В условиях роста количества кибератак актуальным становится моделирование защиты информации. По опубликованным данным количество подтвержденных угроз из всего объема выявленных событий составило 8850 случаев. Прирост составил 24% по сравнению с первым кварталом 2023 года[1]. Согласно заявлению руководства Национального координационного центра по компьютерным инцидентам (НКЦКИ) - ежедневно на информационные российские ресурсы фиксируется более 170 комплексных компьютерных атак[2].

Цель работы – анализ устойчивости параметров модели защиты информации от кибератак, возможности усиления защиты на фоне роста количества инцидентов в области кибербезопасности.

Задачи работы - на основе известного в биологии математического аппарата «хищник – жертва»[3] построить фазовый портрет модели «нарушитель(жертва) – защитник(хищник)» [4,5], исследовать устойчивые точки при изменении параметров системы дифференциальных уравнений указанной выше модели.

Описание модели. При рассмотрении классической модели «хищник (y) – жертва(x)» используется система дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x(a_1 - b_{12}y - c_1x) \\ \frac{dy}{dt} = y(a_2 + b_{21}x - c_2y) \end{cases}$$

a_1, a_2 – параметры собственной скорости роста видов, c_1, c_2 константы самоограничения численности (внутривидовой конкуренции), b_{ij} - константы взаимодействия видов, ($i, j=1,2$). Знаки этих коэффициентов определяют тип взаимодействия. В модели «хищник -жертва» знаки противоположные.

Возможны 4 стационарных состояния:

тип неустойчивый узел $x^{(1)} = 0, y^{(1)} = 0$;

выживает только хищник $x^{(2)} = 0, y^{(2)} = \frac{a_2}{c_2}$;

выживает только жертва $x^{(3)} = \frac{a_1}{c_1}, y^{(3)} = 0$;

выживают оба $x^{(4)} = \frac{a_1c_1 - a_2b_{12}}{c_1c_2 + b_{12}b_{21}}, y^{(4)} = \frac{a_2c_1 + a_1b_{21}}{c_1c_2 + b_{12}b_{21}}$

Для построения фазового портрета использован *метод изоклин*. На фазовой плоскости наносят линии, которые пересекают интегральные кривые под одним определенным углом. Уравнение изоклин в общем имеет вид

$$\frac{dx}{dy} = A,$$

где A представляет собой тангенс угла наклона касательной к фазовой траектории и может принимать значения от $-\infty$ до $+\infty$.

В общем случае уравнение изоклин имеет вид

$$A = \frac{Q(x, y)}{P(x, y)}$$

Это уравнение определяет в каждой точке плоскости единственную касательную к соответствующей интегральной кривой за исключением точки, где $P(x, y) = 0, Q(x, y) = 0$, в которой направление касательной становится неопределенным, так как при этом становится неопределенным значение производной.

Выделяют главные изоклины- горизонтальную и вертикальную. Изоклина горизонтальных касательных определяется условиями $dy/dx=0, P(x,y)=0$, а вертикальных – условиями $dy/dx=\infty, Q(x,y)=0$.

Координаты точки пересечения главных изоклин определяются уравнениями $P(\bar{x}, \bar{y}) = 0, Q(\bar{x}, \bar{y}) = 0$, эта точка соответствует *стационарному состоянию системы* и называется особой точкой. в которой направление касательных к фазовым траекториям неопределенно.

Система обладает столькоими стационарными состояниями, сколько точек пересечения главных изоклин имеется на фазовой плоскости.

Каждая фазовая траектория соответствует совокупности движений динамической системы, проходящих через одни и те же состояния и отличающихся друг от друга только началом отсчета времени.

В случае системы «хищник - жертва» изоклины горизонтальных касательных определяются уравнением $y = -b_{21}x/c_2 + a_1/c_2$, при $y = 0$. В фазовой плоскости - это прямая линия. Аналогично, уравнение изоклин вертикальных касательных имеет вид $y = -c_1x/b_{12} + a_2/b_{12}$, при $x = 0$. Стационарные точки определяются пересечением главных изоклин. Интерес представляют стационарные точки, когда выживает только хищник (точка 2), и существуют оба - точка 4 (см. рис 1).

Необходимо отметить, что точка 4 является устойчивой точкой существования и хищника, и жертвы. Точка 3, когда выживает только жертва, является неустойчивой точкой. Таким образом, из анализа классических уравнений следует, что точка 2 и точка 4 являются устойчивыми для системы «хищник(защитник) - жертва (угроза)», которые удовлетворяет состоянию компьютерной безопасности,. Значения параметров определяют координаты фокуса.

Данные работы [4] в обозначениях модели «хищник-жертва» представлены в таблице 1

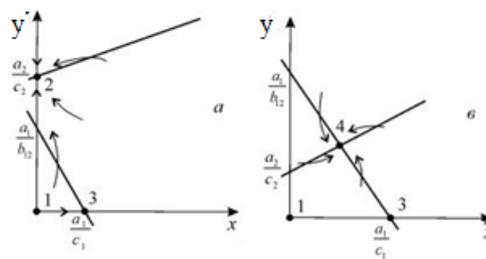


Рис.1 Расположение главных изоклин на фазовом портрете системы хищник-жертва при различных соотношениях параметров. Стрелками указано направление фазовых траекторий[3].

Таблица 1. Значения параметров модели «защитник (хищник)-нарушитель (жертва)». Повышение уровня защиты информации[4]

Параметры	Значения
$a_1=A$	4
$a_2=C$	-1,1
$b_{12}=B$	0,2
$b_{21}=D$	0,11
$c_1=0$	0
$c_2=E$	0,01

При таких значениях параметров фазовый портрет имеет вид свертывающейся спирали (рис. 2) типа фокус с центром в точке $X_f=11,75$ $Y_f=20$.

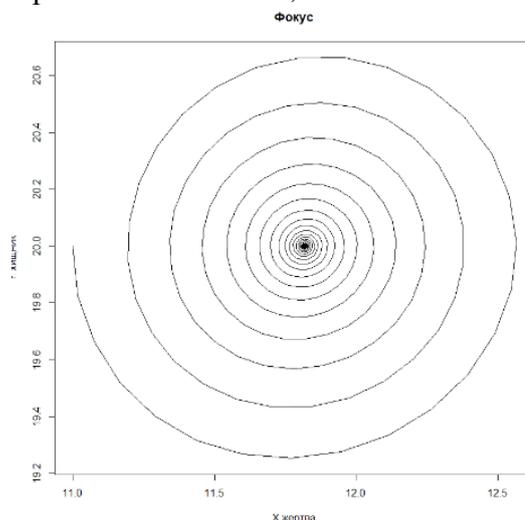


Рис.2 Фазовый портрет модели «хищник(защитник)-жертва(нарушитель)» с параметрами таблицы 1

Расчет фазового портрета проведен с помощью программного пакета RStudio.

Смысл безразмерных параметров модели информационной безопасности согласно [4]:

x (жертва) – количество осуществленных угроз;

y (хищник) – меры защиты системы (выраженные в денежных единицах);

t – время; a_1 – коэффициент, появления новых угроз;

b_{12} – коэффициент, меры защиты в отношении угроз безопасности;

a_2 – коэффициент, выхода защиты из строя («смертность» защиты);

b_{21} – коэффициент, влияния угроз на меры защиты;

c_2 – коэффициент выбора метода защиты в силу ограниченности ресурсов.

Если количество угроз будет расти в 10 раз быстрее ($a_1=40$), при тех же параметрах фазовый портрет изменится (рис.3) и уровень защиты придется поднимать до 200, т.к. координаты устойчивого состояния (фокуса) $X_f=28$, $Y_f=200$.

Роста затрат на защиту в 10 раз можно избежать, если повысить качество защиты в 10 раз, т.е. увеличить параметр b_{12} , меру защиты в отношении угроз безопасности (рис.3)

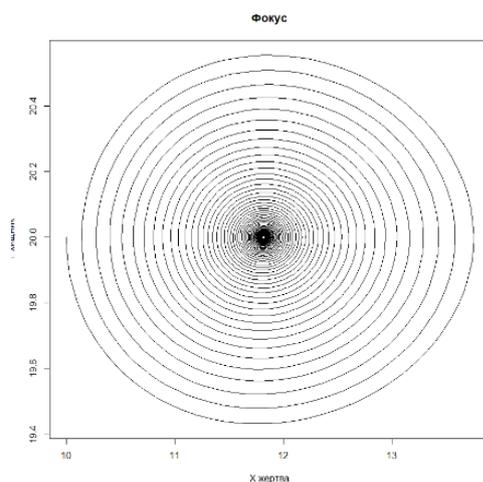


Рис.3 Фазовый портрет модели «хищник(защитник)-жертва(нарушитель)» с увеличенным количеством угроз ($a_1=40$, $b_{12}=2$)

Как видно на рисунке, координаты устойчивого фокуса $X_f=11,9$, $Y_f=20$. Таким образом, защиту можно оставить на уровне 20.

Проведенное исследование показывает, что, поднимая качество защиты (параметр b_{12}), можно ее улучшить при одинаковой стоимости

1. Специальный проект технологии <https://rg.ru/2023/07/27/kolichestvo-kiberatak-na-rossijskie-organizacii-v-2023-godu-zametno-vyroslo.html>

2. Tadviser. Государство.Бизнес.Технологии. -<https://www.tadviser.ru/index.php>

3. Ризниченко Г.Ю. Математические модели в биологии,-(изд. 2-е, испр. и дополн.) Издательство РХД, 2011 г. 560 стр <http://www.library.biophys.msu.ru/LectMB/>

4. Дорогинина О.В. Построение модели угроз безопасности информации на основе математической модели Лотки-Вольтерры - Научно-техническое и экономическое сотрудничество стран АТР в XXI веке 2020, т.1 с 152-155 - <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=43143206>