

УДК 550.373

Смагин Виктор Павлович, Сёмкин Сергей Викторович

*Владивостокский государственный университет экономики и сервиса
Владивосток, Россия*

Гидродинамические и электромагнитные эффекты при генерации магнитного поля подводным взрывом

В работе рассмотрено магнитное поле, генерируемое пульсацией газовой сферы при глубоководном подводном взрыве. Исследовано влияние на индуцированное поле сжимаемости воды и индукционных эффектов. Проведен количественный анализ степени влияния этих факторов на величину магнитного поля в зависимости от расстояния до центра взрыва и периода пульсации.

Ключевые слова и словосочетания: морские токи, геомагнитное поле, подводный взрыв.

При подводных взрывах возникает масштабное движение воды, связанное с пульсациями газовой сферы, образованной продуктами взрыва [1]. Движение проводящей морской воды в геомагнитном поле способствует возникновению электрических токов. Магнитное поле, индуцированное этими токами, проще всего рассчитать по закону Био-Савара-Лапласа (т.е. в квазистатическом приближении), предполагая жидкость несжимаемой. Однако можно предположить, что на величину индуцированного магнитного поля могут влиять как гидродинамические факторы, связанные с конечностью скорости звука (гидродинамическое запаздывание), так и электромагнитные факторы, например самоиндукция. Учет этих дополнительных эффектов приводит к усложнению модели процесса и расчета окончательного результата. Следовательно имеет смысл проанализировать влияние различных дополнительных факторов на величину индуцированного поля в зависимости от значения тех или иных параметров, характеризующих процесс, с целью выяснения оправданности учета или отбрасывания этих факторов. Например, как влияет на индуцированное магнитное поле самоиндукция морской среды и запаздывание в зависимости от расстояния до центра взрыва и периода пульсации газовой сферы. Представляется правдоподобным (это будет показано в работе), что при малых расстояниях до центра взрыва учет дополнительных факторов мало влияет на рассчитанное индуцированное поле. А на значительных расстояниях до центра влияние дополнительных факторов может

оказаться существенным. Ранее мы уже рассматривали динамику магнитного поля, возникающего при подводном взрыве как в квазистатическом приближении, так и с учетом самоиндукции, но не анализировали влияние гидродинамического запаздывания – эффекта, связанного с конечностью скорости распространения звука в морской воде [2]. Целью нашей статьи является исследование влияния гидродинамического запаздывания и самоиндукции (как по отдельности, так и совместно) на величину индуцированного магнитного поля.

Рассмотрим основные черты гидродинамики процесса подводного взрыва, предполагая поле скоростей сферически симметричным и безвихревым. Для потенциального движения скорость жидкости $\mathbf{v} = -\nabla\varphi$. В приближении несжимаемой жидкости потенциал скорости

$$\varphi = \frac{f_0(t)}{r} \quad \text{и} \quad \mathbf{v} = \frac{f_0(t)}{r^2}, \quad (1)$$

функция $f_0(t)$ определяется из условия $v(a,t) = \dot{a}(t)$, где $a(t)$ – радиус газового пузыря, т.е. $f_0(t) = a^2(t)\dot{a}(t)$. В решении (1) предполагается, что жидкость приходит в движение одновременно во всех точках пространства, иначе говоря, пренебрегается запаздыванием, связанным с конечностью скорости распространения возмущений в жидкости (скорости звука c). При учете запаздывания (в акустическом приближении) потенциал и скорость можно представить следующим образом:

$$\varphi = \frac{f(t-r/c)}{r} \quad \text{и} \quad \mathbf{v} = \frac{f(t-r/c)}{r^2} + \frac{\dot{f}(t-r/c)}{cr}, \quad (2)$$

$f(t)$ можно найти из уравнения $\frac{a(t)}{c}\dot{f}(t) + f(t) = a^2(t)\dot{a}(t)$. Если в этом уравнении пренебречь первым слагаемым, то эффект сжимаемости можно приближенно учесть только с помощью «времени запаздывания» r/c , полагая $f(t) = f_0(t)$. Вычисление функции $a(t)$ является сложной гидродинамической задачей [3]. Однако характерные особенности поведения $a(t)$ можно описать, взяв эту функцию в следующем виде: $a(t) = 4a_m(t/T - (t/T)^2)$, где T – период пульсации, a_m – максимальный радиус газовой сферы, связанный с T соотношением $T \approx 1,83a_m\sqrt{\rho_0/P_0}$, где P_0 и ρ_0 – давление и плотность воды [3].

Плотность электрического тока, индуцированного движением воды, определяется законом Ома $\mathbf{j} = \sigma[\mathbf{v}, \mathbf{F}]$, где σ – электропроводность мор-

ской воды, \mathbf{F} – индукция магнитного поля Земли. Индуцированное токами магнитное поле \mathbf{B} находится (пренебрегая токами смещения) из уравнения

$$\mu_0\sigma \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} - \nabla^2 \mathbf{B} = \mu_0\sigma \operatorname{rot}[\mathbf{v}, \mathbf{F}] \quad (3)$$

Первое слагаемое в левой части этого уравнения описывает эффект самоиндукции, пренебрежение которым (квазистатическое приближение) позволяет рассчитать для безграничной среды \mathbf{B} по закону Био-Савара-Лапласа:

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \frac{\mu_0\sigma}{4\pi} \int \frac{[[\mathbf{v}(\mathbf{r}', t), \mathbf{F}], (\mathbf{r} - \mathbf{r}')] d\mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} \quad (4)$$

Точное решение (3) для безграничной среды и нулевых начальных условий может быть найдено по формуле (4):

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \frac{(\mu_0\sigma)^{5/2}}{16\sqrt{\pi^3}} \int_0^t \frac{dt'}{(t-t')^{5/2}} \int [[\mathbf{v}(\mathbf{r}', t'), \mathbf{F}], (\mathbf{r} - \mathbf{r}')] \exp\left(-\frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2 \mu_0\sigma}{4(t-t')}\right) d\mathbf{r}' \quad (5)$$

Магнитное поле без учета запаздывания и самоиндукции находится по формуле (4), в которую необходимо подставить скорость (1). По этой же формуле, но подставив в нее скорость (2), определится магнитное поле в квазистатическом приближении с учетом эффекта запаздывания. Для учета самоиндукции в модели несжимаемой жидкости необходимо провести расчет по формуле (5), используя скорость (1). И наконец, для совместного учета обоих эффектов – и запаздывания, и самоиндукции – расчет следует проводить по формуле (5), используя скорость (2).

Проведем расчет магнитного поля, индуцированного движением воды при подводном взрыве, в квазистатическом приближении. Введем декартову систему координат, направив ось z по геомагнитному полю \mathbf{F} . Тогда компонента B_z индуцированного поля для точек на оси z , найденная с помощью (4) для сферически симметричного поля скоростей, будет такой [1]:

$$B_z = -\frac{2\mu_0\sigma F}{3} \int_{a(t)}^{R(t)} \frac{v(r', t) r'^3}{(\max(r, r'))^3} dr' \quad (6)$$

где $R(t)$ – радиус сферы, в которой жидкость пришла в движение к моменту времени t . Этот радиус мы будем считать бесконечным для модели несжимаемой жидкости (1) и равным ct для акустического приближения (2). При подстановке в (6) скорости (1) получим:

$$B_z = -\mu_0\sigma \frac{f_0(t)}{r} F + \frac{1}{3} \mu_0\sigma \frac{a^2 f_0(t)}{r^3} \approx -\mu_0\sigma \frac{f_0(t)}{r} = -\mu_0\sigma \frac{a^2(t) \dot{a}(t)}{r} \quad (7)$$

Подставив в это выражение $a(t) = 4a_m(t/T - (t/T)^2)$, получим $B_z = -\frac{A}{r}\eta_0(\tau)$,
 где $A = F\mu_0\sigma(4a_m)^3/T$, $\tau = t/T$ и $\eta_0(\tau) = \tau^2(1-\tau)^2(1-2\tau)$. (8)

Во всех рассматриваемых ниже случаях мы будем представлять индуцированное магнитное поле на оси z в виде $B_z = -\frac{A}{r}\eta$, где η будет безразмерной функцией τ и других безразмерных параметров.

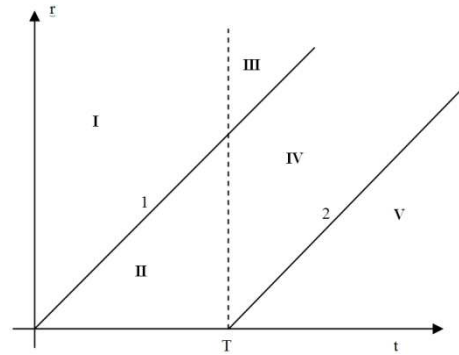


Рис. 1

Рассмотрим теперь в квазистатическом приближении эффект гидродинамического запаздывания. Для этого подставим скорость (2) в интеграл (6). На пространственно-временной диаграмме (рис. 1) показаны области I-V, которые удобно выделить для вычисления интеграла (6) в этом

случае. Вводя обозначения $\tilde{B} = \frac{3B}{2\mu_0\sigma F}$ и $t' = t - r'/c$, получим

$$\text{Область I: } \begin{cases} r > ct \\ t < T \end{cases}, \quad \tilde{B}_I = \frac{1}{r^3} \int_0^{ct} r'^3 \frac{\partial \varphi(r', t)}{\partial r'} dr' =$$

$$= -\frac{c}{r^3} \int_0^{ct} a^3(t - r'/c) dr' = -\frac{c^2}{r^3} \int_0^t a^3(t') dt' \quad (9a)$$

$$\text{Область II: } \begin{cases} r < ct \\ t < T \end{cases}, \quad \tilde{B}_{II} = \frac{1}{r^3} \int_0^r r'^3 \frac{\partial \varphi(r', t)}{\partial r'} dr' +$$

$$+ \int_r^{ct} \frac{\partial \varphi(r', t)}{\partial r'} dr' = \frac{c}{r^2} a^3(t - r/c) - \frac{c^2}{r^3} \int_{t-r/c}^t a^3(t') dt' \quad (9b)$$

$$\text{Область III} \quad \begin{cases} r > ct \\ t > T \end{cases}, \quad \tilde{B}_{III} = \frac{1}{r^3} \int_{c(t-T)}^{ct} r'^3 \frac{\partial \varphi(r', t)}{\partial r'} dr' = -\frac{c^2}{r^3} \int_0^T a^3(t') dt' \quad (9в)$$

Отметим, что в области III, когда пульсация уже полностью завершилась, но гидродинамический сигнал еще не дошел до наблюдателя, индуцированное магнитное поле не зависит от времени.

$$\text{Область IV} \quad \begin{cases} c(t-T) < r < ct \\ t > T \end{cases}, \quad \tilde{B}_{IV} = \frac{1}{r^3} \int_{c(t-T)}^r r'^3 \frac{\partial \varphi(r', t)}{\partial r'} dr' + \int_r^{ct} \frac{\partial \varphi(r', t)}{\partial r'} dr' = \frac{c}{r^2} a^3(t-r/c) - \frac{c^2}{r^3} \int_{t-r/c}^T a^3(t') dt' \quad (9г)$$

В область V $\begin{cases} r < c(t-T) \\ t > T \end{cases}$, $\tilde{B}_V = \int_{c(t-T)}^{ct} \frac{\partial \varphi(r', t)}{\partial r'} dr' = 0$, т.е. индуцированное магнитное поле отсутствует, после прохождения гидродинамического возмущения нет магнитного «последствия».

Решение (9а-г) должно переходить в (7) в пределе $c \rightarrow \infty$. Действительно, в этом случае области I и III исчезают, а в области II

$$\tilde{B}_{II} = \frac{1}{r} \lim_{\Delta \rightarrow 0} \left(\frac{a^3(t-\Delta)}{\Delta} - \frac{1}{\Delta^2} \int_{t-\Delta}^t a^3(t') dt' \right) = \frac{1}{r} \lim_{\Delta \rightarrow 0} \left(\frac{a^3(t-\Delta) - a^3(t)}{\Delta} + \frac{1}{2} \frac{da^3(t)}{dt} \right) = -\frac{1}{2} \frac{da^3(t)}{dt},$$

где $\Delta = r/c$. Следовательно, получим $B_{II} = -\frac{2\mu_0 \sigma F}{3r} \frac{3}{2} a^2(t) \dot{a}(t) = \mu_0 \sigma F \frac{a^2(t) \dot{a}(t)}{r}$,

что совпадает с решением для несжимаемой жидкости (7).

Взяв $a(t) = 4a_m (t/T - (t/T)^2)$, получим $B_z = -\frac{A}{r} \eta_1(\tau, x)$, где $x = r/cT$ и

$$\eta_1(\tau, x) = \begin{cases} \eta_I(\tau, x), & x > \tau, \tau < 1 \\ \eta_{II}(\tau, x), & x < \tau, \tau < 1 \\ \eta_{III}(\tau, x), & x > \tau, \tau > 1 \\ \eta_{IV}(\tau, x), & \tau - 1 < x < \tau, \tau > 1 \end{cases}, \quad (10)$$

где $\eta_I(x, \tau) = \frac{2}{3x^2} \int_0^\tau (y - y^2)^3 dy = -\frac{\tau^4}{210x} (20\tau^3 - 70\tau^2 + 84\tau - 35)$,

$$\eta_{II}(x, \tau) = \frac{2}{3} \left(\frac{1}{x^2} \int_{\tau-x}^\tau (y - y^2)^3 dy - \frac{1}{x} ((\tau-x) - (\tau-x)^2)^3 \right) = \eta_0(\tau) - \frac{4}{3} \tau(1-\tau)(1-5\tau(1-\tau))x + \frac{1}{2} (1-2\tau)(1-10\tau(1-\tau))x^2 + \frac{8}{5} (1-5\tau(1-\tau))x^3 + \frac{5}{3} (1-2\tau)x^4 + \frac{4}{7} x^5,$$

$$\eta_{III}(x, \tau) = \frac{2}{3x^2} \int_0^1 (y - y^2)^3 dy = \frac{\tau^4}{210x},$$

$$\eta_{IV}(x, \tau) = \eta_{II}(x, \tau) + \frac{(1-\tau)^4(20\tau^3 + 10\tau^2 + 4\tau + 1)}{210x^2}$$

Функция $\eta_1(x, \tau)$ переходит в $\eta_0(\tau)$ при $x \rightarrow 0$. При малых (0,2 – 0,3) значениях x форма временной зависимости $B(t)$ отличается от $B_0(t)$ практически только временным сдвигом на r/c . При бóльших значениях x происходит трансформация вида $B(t)$ по сравнению с $B_0(t)$ и максимальное значение поля уменьшается. Во всех случаях магнитное поле исчезает при $t > T + r/c$ (отсутствие «последствия»). Однако магнитное поле появляется в точке наблюдения уже при $0 < t < r/c$, то есть до прихода гидродинамического возмущения, что означает существование магнитного предвестника.

Для точек на оси z при сферической симметрии скорости интеграл (5) переходит в

$$B_z = -\frac{F\sqrt{\mu_0\sigma}}{\sqrt{\pi r^2}} \int_0^t \frac{dt'}{\sqrt{\Delta t}} \int_0^\infty r' v(r', t') \Phi(r, r', \Delta t) dr' \quad (11)$$

где $\Delta t = t - t'$,

$$\Phi(r, r', \Delta t) = \exp\left\{-\frac{(r+r')^2 \mu_0 \sigma}{4\Delta t}\right\} + \exp\left\{-\frac{(r-r')^2 \mu_0 \sigma}{4\Delta t}\right\} + \frac{2\Delta t}{rr' \mu_0 \sigma} \left(\exp\left\{-\frac{(r+r')^2 \mu_0 \sigma}{4\Delta t}\right\} - \exp\left\{-\frac{(r-r')^2 \mu_0 \sigma}{4\Delta t}\right\} \right)$$

Подставим в (11) скорость (1). Тогда $B_z = -\frac{A}{r} \eta_2(\tau, x, p)$, где $p = \omega_s T$ ($\omega_s = \mu_0 \sigma c^2$)

$$\eta_2(\tau, x, p) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \int_0^{4\tau/(px^2)} \eta_0(\tau - ypx^2/4) \Psi(y) dy \quad (12)$$

$$\Psi(y) = \int_0^\infty \left\{ e^{-\frac{(1+z)^2}{y}} + e^{-\frac{(1-z)^2}{y}} + (y/2z) \left(e^{-\frac{(1+z)^2}{y}} - e^{-\frac{(1-z)^2}{y}} \right) \right\} \frac{dz}{z\sqrt{y}}$$

где

Сравнение функций $\eta_0(\tau)$ (8) и $\eta_2(\tau, x, p)$ (12) показывает степень влияния самоиндукции на величину магнитного поля. Мы проделали численное интегрирование (11) при тех же значениях параметра x , что и на рис. 2 и при значении p , соответствующем $T = 0,1$ с. Оказывается, что при малых x поле, рассчитанное с учетом самоиндукции, не слишком

сильно отличается от результата расчета в квазистатическом приближении. График функции $\eta_2(\tau, x, p)$ при уменьшении значения x приближается к графику $\eta_0(\tau)$. В то время, как для x , больших 0,1 – 0,2, различие достаточно существенное. Отметим, что при $\tau > 1$ (т.е. после прекращения гидродинамического возмущения) магнитное поле не сразу обращается в ноль, поскольку есть магнитное последствие.

При расчете поля с учетом обоих эффектов – и запаздывания, и самоиндукции – нужно подставить в (11) скорость (2). Для вычисления получившегося интеграла перейдем от (r', t') к новым переменным (z, y)

$$\begin{cases} r' = cz / \omega_s \\ t' = t - (y - z) / \omega_s \end{cases} \text{ Якобиан преобразования } J = c / \omega_s^2 \text{ и}$$

$$B_z = -\frac{F\sqrt{\mu_0\sigma}}{\sqrt{\pi}} \frac{\sqrt{\omega_s}}{r^2\omega_s^2} \int_{y_0}^{p\tau} (f(t - y / \omega_s)\Psi_1(y, p) + \omega_s f(t - y / \omega_s)\Psi_2(y, p))dy$$

где $y_0 = \begin{cases} 0, & \tau < 1 \\ p(\tau - 1), & \tau > 1 \end{cases}$, $\Psi_1(y, p) = \int_0^y \Phi dz$, $\Psi_2(y, p) = \int_0^y \Phi \frac{dz}{z}$ и

$$\begin{aligned} \Phi = & \frac{1}{\sqrt{y-z}} \left\{ \exp\left(-\frac{(px+z)^2}{4(y-z)}\right) + \exp\left(-\frac{(px-z)^2}{4(y-z)}\right) + \right. \\ & \left. + \frac{2(y-z)}{pxz} \left[\exp\left(-\frac{(px+z)^2}{4(y-z)}\right) - \exp\left(-\frac{(px-z)^2}{4(y-z)}\right) \right] \right\} \end{aligned}$$

Тогда $B_z = -\frac{A}{r} \eta_3(\tau, x, p)$ и

$$\eta_3(\tau, x, p) = \frac{1}{xp^2\sqrt{\pi}} \int_{y_0}^{p\tau} (\dot{\eta}_0(\tau - y/p)\Psi_1(y, p) + \eta_0(\tau - y/p)\Psi_2(y, p))dy \quad (13)$$

Таким образом, наше исследование влияния факторов запаздывания и самоиндукции на индуцированное подводным взрывом магнитное поле приводит к следующим выводам. Во всех случаях магнитное поле удобно

представить в виде $B_z = -\frac{A}{r} \eta$, где безразмерная функция η определяется выражениями (8) для квазистатического приближения в модели несжимаемой жидкости, выражением (10) для квазистатического приближения с учетом сжимаемости, выражением (12) при учете самоиндукции в модели несжимаемой жидкости и выражением (13) при учете как сжимаемости, так и самоиндукции. Функции η зависят от времени $\tau = t/T$, а также

от безразмерных параметров $x = r/cT$ и $p = \omega_s T$ ($\omega_s = \mu_0 \sigma c^2$), описывающих влияние расстояния и времени пульсации. Основным критерием, определяющим влияние и гидродинамического запаздывания, и самоиндукции, является значение параметра x . При малых ($<0,2$) значениях x оба эффекта не существенны. При больших значениях x учет самоиндукции незначительно меняет поле по сравнению с учетом только одного запаздывания (рис. 2), хотя самоиндукция сказывается при начальном росте поля до прихода гидродинамического возмущения (влияет на магнитный предвестник). Значение параметра P определяет относительное влияние самоиндукции на индуцированное поле: чем он больше, тем значительнее сказывается самоиндукция.

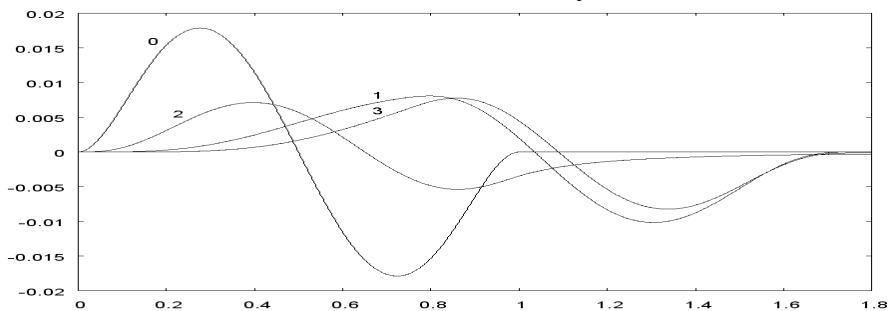


Рис. 2

Учет запаздывания и самоиндукции приводит к более быстрому уменьшению величины индуцированного поля при росте расстояния до центра взрыва, чем без учета этих эффектов. Но следует заметить, что одновременный учет обоих факторов приблизительно так же сказывается на величину поля, как и каждый из них по отдельности, иначе говоря, действие факторов не суммируется, как это, возможно, следовало ожидать.

1. Семкин С.В. Магнитное поле, возникающее при подводном взрыве. Проблемы и методы разработки и эксплуатации вооружения и военной техники МВФ / С.В. Семкин, В.П. Смагин, В.Э. Осуховский // Сб. науч. тр. ТОВМИ им. С.О. Макарова. – Владивосток, 2008. Вып. 67. – С. 234 – 238.

2. Семкин С.В. Анализ влияния самоиндукции на магнитное поле, возникающее при подводном взрыве / С.В. Семкин, В.П. Смагин // Физика горения и взрыва. – 2011. – № 1. – Т. 47. – С. 123 – 127.

3. Коул Р. Подводные взрывы / Р. Коул. – М.: Изд-во иностранной литературы, 1950. – 494 с.

4. Положий Г.Н. Уравнения математической физики / Г.Н. Положий. – М.: Высшая школа, 1964. – 560 с.