РАСЧЕТ МАГНИТНОГО ПОЛЯ, ВОЗНИКАЮЩЕГО ПРИ ПОДВОДНОМ ВЗРЫВЕ В КВАЗИСТАТИЧЕСКОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

Сёмкин С.В., Смагин В.П.

Владивостокский Государственный Университет Экономики и Сервиса, г. Владивосток

При подводных взрывах возникают сложные гидродинамические движения – ударные и звуковые волны, а так же масштабное движение воды [Коул 1950, 494]. На разных стадиях взрыва преобладают различные процессы – на начальных – ударная волна, а на более поздних – звуковые волны и масштабные движения, достаточно хорошо описываемые в приближении несжимаемой жидкости. Все эти движения, будучи движениями проводящей среды с проводимостью σ в геомагнитном поле $\mathbf{F}$, приводят в возникновению электрических токов, которые и создают магнитные поля. Целью этой работы является оценка величины индуцированных полей при ненаправленном подводном взрыве в неограниченной морской среде.

Магнитное поле может быть рассчитано для заданной системы токов с помощью уравнений Максвелла. В зависимости от пространственной структуры и скорости изменения поля, можно применять те или иные приближения. Если пренебречь токами смещения, то для магнитного поля $\mathbf{B}$ получим уравнение типа диффузии. Если, кроме того, пренебречь явлением самоиндукции, получим квазистатическое приближение, в котором магнитное поле определяется из уравнения Пуассона, решение которого имеет вид:

$$\mathbf{B}(\mathbf{r},t) = \frac{\mu_0 \sigma}{4\pi} \int \frac{[[\mathbf{v}(\mathbf{r}',t),\mathbf{F}],(\mathbf{r}-\mathbf{r}')]}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^3} d\mathbf{r}' . \quad (1)$$

Рассмотрим такие движения морской воды, при которых скорость воды $\mathbf{v}(\mathbf{r}',t)$ является сферически симметричной. Введем декартову систему координат, направив ось z по геомагнитному полю $\mathbf{F}$. Тогда компонента B_z

индуцированного поля, для точек на оси z, найденная с помощью (1), будет такой [Семкин и др. 2008: 234]:

$$B_z = -\frac{2\mu_0 \sigma F}{3} \int_{a(t)}^{R(t)} \frac{\mathrm{v}(r',t) r'^3}{(\max(r,r'))^3} dr' . \qquad (2)$$

Формула (2) позволяет рассчитать магнитное поле на оси z для любого движения морской воды, обладающего сферической симметрией, например – для звуковых волн точечного ненаправленного источника. Эту же формулу можно использовать и для нахождения магнитного поля, возникающего при подводном взрыве.

Гидродинамические процессы, сопровождающие подводный взрыв, можно условно разделить на два типа. Первый – связанный с образованием и распространением ударной волны, характеризующийся высокими давлениями и значительным превышением плотности над равновесным значением. И второй – связанный с расширением и пульсациями газовой сферы, а так же с распространением вторичных пульсаций давления. Динамику газовой сферы (без учета эффекта плавучести) можно описать с помощью условия сохранения энергии $E_{ж} + A = E_1 - E(a)$, где $E_{ж}$ - кинетическая энергия жидкости, $A = P_0(V(a) - V_0)$ - работа против сил гидростатического давления, $E(a)$ - внутренняя энергия газового пузыря радиуса a и E_1 - начальная энергия газовой сферы. Эта начальная энергия пропорциональна общей энергии W, выделившейся при взрыве, то есть $E_1 = \eta_1 W$, где $\eta_1 \approx 0{,}41$. В приближении несжимаемой жидкости $E_{ж}$ можно найти, проинтегрировав по объему удельную кинетическую энергию: $E_{ж} = \int_a^\infty \frac{\rho_0 \mathrm{v}^2}{2} 4\pi r^2 dr = 2\pi\rho_0 a^3 \dot{a}^2$. Пренебрегая начальным объемом V_0 и внутренней энергией расширившегося пузыря $E(a)$, получим уравнение, определяющее радиус газового пузыря:

$$2\pi\rho_0 a^3 \dot{a}^2 + \frac{4}{3}\pi a^3 P_0 = E_1 . \qquad (3)$$

Максимальный радиус пузыря при его первой пульсации a_{m1} можно найти, положив $\dot{a}=0$: $a_{m1}=\sqrt[3]{\frac{3\eta_1 W}{4\pi P_0}}$. Для взрыва тротилового заряда массой 250 кг на глубине 90 м, $W \approx 10^9$ Дж, $P_0 \approx 10^6$ Па и $a_{m1} \approx 4{,}5$ м. Зависимость $a(t)$ в неявном виде можно найти, проинтегрировав уравнение (3):

$$t=\sqrt{\frac{3\rho_0}{2P_0}}\int_{a_0}^{a}\frac{da}{\sqrt{(a_m/a)^3-1}}$$

Интеграл в правой части этого выражения не вычисляется через элементарные функции, его можно выразить через бета-функции. Оказывается [Коул 1950, 494], что пузырь, расширяясь до максимального радиуса a_{m1} за время $T_1/2$, сжимается затем до исходного радиуса за то же самое время $T_1/2$. Период

$$T_1 \approx 1{,}83 a_{m1}\sqrt{\rho_0/P_0} \approx 1{,}13\frac{(\eta_1 W)^{1/3}\rho_0^{1/2}}{P_0^{5/6}} \qquad (4)$$

(для указанных выше параметров, $T_1 \approx 0{,}25$ с). При сжатии пузыря до минимального радиуса (в момент времени T_1) давление в пузыре достигает максимума, и приближение несжимаемой жидкости становится не вполне точным. В этот момент в жидкости происходят турбулентные процессы и излучение вторичной волны давления [Коул 1950, 494], на которые расходуется значительная доля энергии пузыря E_1. Изменение знака радиальной скорости $\dot{a}$ происходит в момент максимального сжатия очень быстро, практически мгновенно, и сжатие сменяется расширением пузыря с оставшейся к моменту начала второй пульсации энергией $E_2=\eta_2 W$, $\eta_2 \approx 0{,}14$. (Для приведенных выше параметров $a_{m2} \approx 3{,}1$ м, а $T_2 \approx 0{,}17$ с.) Аналогично, при завершении второй пульсации, происходит излучение еще одной вторичной волны давления и начинается третья пульсация с энергией $E_3=\eta_3 W$, $\eta_3 \approx 0{,}08$, а общее число пульсаций может достигать 5-6 при благоприятных условиях. Однако, для взрывов на небольшой (порядка 10 – 20м) глубине, пренебрежение эффектом всплытия пузыря становится слишком грубым при рассмотрении второй и последующих пульсаций.

Имея в виду качественные особенности поведения решения уравнения (3), можно приближенно принять, что $\dot a = \dot a_0 - \dfrac{2\dot a_0 t}{T_1}$ во время первой пульсации. Тогда $a = a_0 + \dot a_0 t - \dfrac{\dot a_0 t^2}{T_1}$. При $t = T_1/2$, $a = a_{m1}$. Отсюда $\dot a_0 = \dfrac{4(a_{m1} - a_0)}{T_1} \approx \dfrac{4a_{m1}}{T_1}$. ($\dot a_0 \approx 72$ м/с для рассматриваемых параметров.) Таким образом (пренебрегая a_0)

$$a = \frac{4a_{m1}}{T_1} t(1 - t/T_1)$$
$$\dot a = \frac{4a_{m1}}{T_1}(1 - 2t/T_1)$$

Выражение для скорости в приближении несжимаемой жидкости имеет такой вид

$$\mathrm{v}(r,t) = \frac{f(t)}{r^2} = \frac{(4a_{m1})^3}{T_1} x^2(1-x)^2(1-2x)\frac{1}{r^2},\ x = t/T_1 \qquad (5)$$

Индуцированное магнитное поле на оси z в квазистатическом приближении находим по формуле (2)

$$B_z = -\frac{2\mu_0\sigma F}{3}\int_a^{R(t)} \frac{\mathrm{v}(r',t) r'^3\, dr'}{(\max(r,r'))^3} = -\mu_0\sigma\frac{f(t)}{r}F + \frac{1}{3}\mu_0\sigma\frac{a^2 f(t)}{r^3} \approx -\mu_0\sigma\frac{f(t)}{r} \qquad (6)$$

Максимальное значение B_z достигается при $t = \dfrac{1}{2}\left(1 \pm \dfrac{1}{\sqrt{5}}\right)T_1$ и равно

$$B_{z,\max} = \mu_0\sigma\frac{(4a_{m1})^3}{25\sqrt{5}T_1}\frac{F}{r} = 3\cdot 10^{-7}\frac{\sigma\eta_1^{2/3}}{\rho_0^{1/2}}\frac{W^{2/3}}{P_0^{1/6}}\frac{F}{r} \approx 2{,}6\cdot 10^{-8}\frac{W^{2/3}}{P_0^{1/6}}\frac{F}{r} \qquad (7)$$

То есть, при взрыве на глубине 90 м, магнитное поле на расстоянии 1 км от центра взрыва составит около $2{,}6\cdot 10^{-6}F$ для заряда в 250 кг тротила и $2{,}6\cdot 10^{-8}F$ для заряда в 0,25 кг. Используя приведенные выше значения $\eta_2 \approx 0{,}14$ и $\eta_3 \approx 0{,}08$, получим, что при второй пульсации газовой сферы, максимальное значение поля приблизительно в два раза меньше, чем при первой, а при третьей пульсации уменьшается еще в полтора раза.

Сравнение формул (7) и (4) показывает, что величина индуцированного магнитного поля слабо зависит от давления P_0 (то есть от глубины взрыва), а следовательно мало меняется при всплытии пузыря. В то время, как период пульсаций магнитного поля (совпадающий с периодом пульсаций газовой сферы (4)) достаточно сильно меняется при всплытии пузыря.

Акустические волны, как и другие движения проводящей жидкости, индуцируют токи и магнитное поле [Семкин и др. 2008: 271]. Рассмотрим магнитное поле, генерируемое сферической монохроматической акустической волной:

$$\mathrm{v}(r,t) = \frac{\mathrm{v}_0 r_0}{r}\left(1+\frac{1}{ikr}\right)e^{i(\omega t - kr)}. \tag{8}$$

Подстановка (8) в (3) дает

$$B_z = -\frac{\mu_0 \sigma \mathrm{v}_0 F}{(ikr)^3}\,\mathrm{e}^{i\omega t}\left(1-(1+ikr)\,\mathrm{e}^{-ikr}\right) \tag{9}$$

Рассмотрим вопрос применимости квазистатического приближения в этом случае. Это приближение требует выполнения условия квазистатичности $\left|\mu_0 \sigma \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}\right| << \left|\nabla^2 \mathbf{B}\right|$. Проверка выполнимости этого условия для решения (9) дает следующий результат. Условие квазистатичности выполняется для значений $r >> c/\sqrt{\omega \omega_s}$, где $\omega_s = \mu_0 \sigma c^2 \approx 14\, c^{-1}$. Таким образом, размеры области, в которой нарушается условие квазистатичности уменьшаются с ростом ω.

Литература

Коул Р., Подводные взрывы, Издательство иностранной литературы, Москва, 1950, с. 494.

Семкин С.В., Смагин В.П., Осуховский В.Э., Магнитное поле, возникающее при подводном взрыве, Проблемы и методы разработки и эксплуатации вооружения и военной техники МВФ // Сборник научных трудов ТОВМИ им. С.О. Макарова, вып. 67, Владивосток, 2008, с. 234-238.

Сёмкин С.В., Смагин В.П., Савченко В.Н., Генерация звуковых волн при нелинейном взаимодействии гидроакустического и электромагнитного полей в морской среде, Известия РАН, Физика атмосферы и океана, 2008, т. 44, № 2, с. 271 – 275