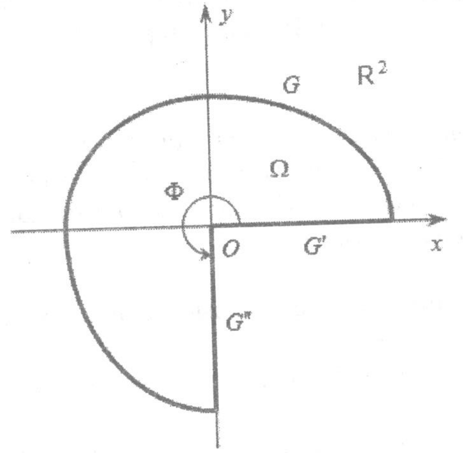
являющихся образами преобразования $\mathcal{R}$ берегов выбранного разреза, причем пусть поворот от G' к G'', происходящий по области Ω, осуществляется против часовой стрелки и пусть отрезок G' лежит на оси абсцисс.

Исходная цель состоит в постановке и изучении эллиптической краевой задачи в области Ω_Q на конусе, однако используя преобразование $\mathcal{R}$, мы рассмотрим ее сразу в области Ω на плоскости. Обратным преобразованием ее можно трансформировать на конус.

Наглядно указанная конфигурация проиллюстрирована на рис. 1.



Введем стандартные полярные координаты $r > 0$, $\varphi \in [0, 2\pi]$. Оператор Лапласа в полярных координатах имеет вид

$$\Delta = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial \varphi^2}.$$

Рассмотрим краевую задачу вида

$$\Delta u - \lambda^2 u = f(x),\ x \in \Omega \tag{1}$$

с краевым условием на части границы G

$$u\big|_G = g(x),\ x \in G, \tag{2}$$

и в точке O

$$\sigma u\big|_O = \psi(\varphi),\ \varphi \in [0, \Phi], \tag{3}$$

при дополнительном условии периодичности с периодом Φ (условие Π) по угловой переменной φ всех участвующих в этой задаче функций – это, по сути дела, есть краевое условие на частях границы G', G''. Понятие сингулярного сигма-следа $\sigma u\big|_O$ будет введено ниже.

Далее потребуются два класса функциональных пространств, условно называемые нами сингулярными и регулярными. В сингулярные пространства будут входить функции с сильными особенностями в особой точке, а в регулярные – со слабыми (т. е., условно говоря, регулярными) особенностями.

Введем функцию гладкой срезки $\chi(r)$, $r \ge 0$, – бесконечно дифференцируемую функцию, равную 1 при $0 \le r \le 1$ и нулю при $r \ge 2$, и положим $\chi_R(r) = \chi(r/R)$.

Обозначим через $H^s_{loc}(\Omega \setminus O)$ пространство, состоящее из функций f таких, что при любом $R \in (0, R_o)$ функция $(1-\chi_R)f$ будет принадлежать пространству $H^s(\Omega)$, где $2R_o > 0$ – минимальное расстояние от точки O до части границы G. Здесь и далее символ $H^s\left(\equiv W^s_2\right)$ обозначает пространства Соболева-Никольского-Бесова.

Наделим пространство $H^s_{loc}(\Omega)$ топологией, определяемой семейством полунорм

$$\|f\|_{H^s_{loc}} = p_{s,R}(f) = \|(1-\chi_R)f\|_{H^s(\Omega)},\quad 0 < R < R_o. \tag{4}$$